

数学小説

2000年に  
まにあった  
素敵な直観

著者 國吉 敏

うらべ書房

## ま え が き

偶然と必然の違いをあなたはどのようにとらえていますか？

私は、同じものを指していると思っています。そしてその事象に意味を考えない人は偶然と感じ、意味を考える人は必然ととらえるわけです。つまり「あらゆる偶然は意味を考えたときに必然となる。」と私は考えます。それはあたかも統計的確率が大量の法則によって数学的確率に収束するように、極めて正確で美しいもの（事象）であると思います。

何か自分ではどうしようもない出来事や悩みに出会ったとき、すぐ「あの人がいけないんだ。」「あの時なんで・・・。」「あれが・・・なんだ。」などと、周りの責任にして、原因は自分の外にあるように考えます。目や耳や鼻や口が全部外を向いているから自然な事だとは思いますが、しかしそれだけではあまりにも無力です。そのこと（事象）を偶然ではない必然と、とらえ直し「さて、自分は何ができるか！」と、自分を客観的高みから眺め（直観）、その本来の意味を考え直すことが大切です。また、そう考えられることはその人の心の深さでもあり、人生にとって最も大切な事でもあると思います。

そして、そのような物の考え方こそが、次世代にとって最も必要な「生きる力」になっていくことと、私は信じて止みません。

# 目 次

## まえがき

### 第一章 現在の算数・数学に思うこと

- |                   |     |   |
|-------------------|-----|---|
| 1 「直観」の大切さ        | ・・・ | 1 |
| 2 デジタルの危険性 (例1)   | ・・・ | 2 |
| 3 暗記では分からない (例2)  | ・・・ | 2 |
| 4 美しさには理由がある (例3) | ・・・ | 3 |

### 第二章 分点とは何か？

- |                         |     |    |
|-------------------------|-----|----|
| 1 直線 (1次元) から平面 (2次元) へ | ・・・ | 5  |
| 2 「つりあい係数」の導入           | ・・・ | 8  |
| 3 平面 (2次元) の外分点と、まとめ    | ・・・ | 9  |
| 4 n次元における分点公式           | ・・・ | 13 |

### 第三章 「虚点理論」

・・・ 14

### 第四章 「続・虚点理論」

- |                       |     |    |
|-----------------------|-----|----|
| 1 一般次元の重力と位置 (ポテンシャル) | ・・・ | 26 |
| 2 私の重力波理論             | ・・・ | 35 |
| 3 チチウス・ボーデ (法則) の新解釈  | ・・・ | 39 |
| 4 20世紀の標準理論への「直観」     | ・・・ | 42 |
| (おわりに)                | ・・・ | 44 |
| (参考文献)                | ・・・ | 45 |

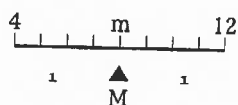
## 第二章 分点とは何か？

### 1 直線（1次元）から平面（2次元）へ

幾何的に重要な部分であるにもかかわらず、計算に専念するうち代数的な答えのみに走りがちである。また子どもたちも「グラフ上のどの点か？」ということよりも「値（答え）がまっているか？」ばかりを気にしている為、数学的な面白さから遠ざかってしまいがちである。数学はデジタル（数字）ではないのである！

(1) 分点を直観する。・・・《つりあいの概念》

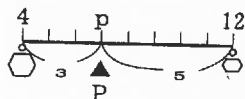
ア 中点とは？・・・→平均である。



$$m = \frac{4 + 12}{2} \rightarrow \frac{1 \times 4 + 1 \times 12}{1 + 1}$$

$$= 8 \quad \therefore M(8)$$

イ 分点とは？・・・→「つりあい（バランス）である。」



$$p = \frac{5 \times 4 + 3 \times 12}{3 + 5}$$

$$= 7$$

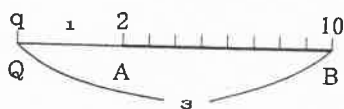
$\therefore P(7)$

点Pに対して2点は3：5の重みを持つ。

だから、バランスをとる為には5：3の重りをつけてあげないといけないのだ。

また、外分は向きを考えて -（マイナス）の側がでる。

例 図の線分ABを1：3に外分せよ。



「-1：3に内分」という意味。

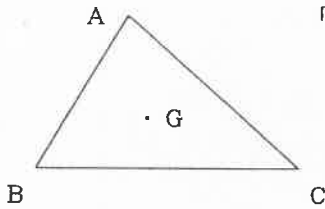
$$q = \frac{3 \times 2 + (-1) \times 10}{-1 + 3} = \frac{-4}{2} = -2$$

$\therefore Q(-2)$

平面上の話はx座標、y座標を区別することだけを注意して方法は同じであるためここでは省略したい。

以下同様に、話はすべて次元にこだわらずに進めたい。（ベクトルのように。）

(2) ア 重心を直観する。・・・→ 平均である。



「みんなのよく気に入る平均点はどうやって求めるか？」

$$\underline{\underline{g = \frac{a + b + c}{3}}} \quad (\text{ベクトル記号省略})$$

イ  $\triangle ABC$  の内点を求める。・・・《平均 <sup>から</sup> → つりあいの概念へ》

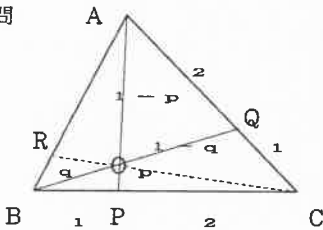
$\triangle ABC$  の内点  $O$  をベクトルで

$$\vec{o} = r\vec{a} + s\vec{b} + t\vec{c} \quad (r + s + t = 1, r > 0, s > 0, t > 0)$$

と表し、組  $(r, s, t)$  を重心座標と言うらしいが、それが  $\triangle ABC$  のどの位置にあるのが明らかではない。しかし、《つりあいの概念》で考えると明らかにこの点 (位置) であるということが分かる。

例えば、「よく大学入試問題で出た問題がある。」・・・どう解くであろうか？

問



図の  $\triangle ABC$  において、辺  $BC, CA$  をそれぞれ  $1:2$  に内分する点を  $P, Q$  とするとき、直線  $AP, BQ$  の交点  $O$  を求めよ。また、直線  $CO$  は辺  $AB$  を何:何に内分するか。

従来通り解くと、

$$\begin{aligned} \vec{CO} &= \frac{2}{3}(1-p)\vec{CB} + p\vec{CA} \\ &= (1-q)\vec{CB} + \frac{1}{3}q\vec{CA} \quad \text{より} \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{2}{3}(1-p) &= 1-q \\ p &= \frac{1}{3}q \end{aligned} \right.$$

を解き  $q = \frac{3}{7}$  より

$$\vec{CO} = \frac{4}{7}\vec{CB} + \frac{1}{7}\vec{CA}$$

ゆえに、位置ベクトルを考えると

$$\vec{o} - \vec{c} = \frac{4}{7}(\vec{b} - \vec{c}) + \frac{1}{7}(\vec{a} - \vec{c}) \quad \therefore \underline{\underline{\vec{o} = \frac{a + 4b + 2c}{7}}}$$

また、 $\vec{CR} = r\vec{CO}$  より

$$\vec{CR} = \frac{r}{7}(4\vec{CB} + \vec{CA}) \quad \therefore \underline{\underline{\text{点 R は辺 AB を 4:1 に内分する。}}}$$

と、少々大変である！

しかし、「平面幾何」の中に、チェバの定理がある。これと、これから話そうとしている《つりあいの概念》を使うと、実にすっきりと簡単に解けるのである。

チェバの定理も、《つりあいの概念》も、直観的であり極めて納得のいくものである。この受験生には是非使ってもらいたいものだと願い、次に紹介したいと思う。

メネラウスの定理、チェバの定理

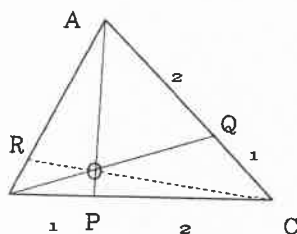
『 $\triangle ABC$ の各辺の分点による比の値について、積： $\alpha\beta\gamma=1$ である。』

①

②

$\frac{BP}{PC} = \alpha, \quad \frac{CQ}{QA} = \beta, \quad \frac{AR}{RB} = \gamma$   
 とする

① ある直線によって、分点が決まるとき → メネラウスの定理  
 ② ある内点によって、分点が決まるとき → チェバの定理



先の問題を解いてみよう。

図の $\triangle ABC$ において、辺 $BC$ 、 $CA$ をそれぞれ1:2に内分する点を $P$ 、 $Q$ とするとき、直線 $AP$ 、 $BQ$ の交点 $O$ を求めよ。また、直線 $CO$ は辺 $AB$ を何:何に内分するか。

「つりあいの3段論法」

つりあいの概念で言うと、 $B$ と $C$ では $C$ が2倍で、 $C$ と $A$ では $A$ が2倍。だから $B$ と $A$ では $A$ が4倍。

解) チェバの定理から

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \gamma = 1$$

$\therefore \gamma = 4$

$\therefore$  点 $R$ は辺 $AB$ を4:1に内分する。

さらに、点 $O$ は $\triangle ABC$ を4:1:2に内分する点と考える。

つまり

『点 $O$ に対して、点 $A$ 、 $B$ 、 $C$ はそれぞれ4:1:2の重みを持つ。』

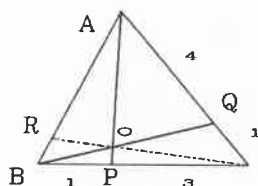
すると、即

$$\vec{O} = \frac{\vec{a} + 4\vec{b} + 2\vec{c}}{7}$$

と、求まるのである。

これからは、分かり易い為にあえてベクトル記号を省略する。

## 2 「つりあい係数」の導入



図で、内点Oを求めてみよう。

まず、チェバの定理より  $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \gamma = 1 \quad \therefore \gamma = 12$

よって、点Oは△ABCを12:1:3に内分する。

ゆえに、
$$o = \frac{a + 12b + 3c}{16}$$
 で良いか？

正解は、
$$o = \frac{a + 12b + 4c}{17}$$
 である。 (ベクトル記号省略。)

確かに、この方が12:1:3になっている。(つまり、概念は正しいのだ。)

今まで、線分の分点のときは、2点A(a)、B(b)に対して分点P(p)は

$$p = \frac{na + mb}{m + n} \quad \text{で気が付かなかったが、}$$

三角形の内点のときは、3点A(a)、B(b)、C(c)の重み(内分点の比)より、それらの**最小公倍数**を求め、「つりあい係数」なるものを考えてから、初めて答えを出さないと間違えてしまう。(単に「逆数」と考えても良い。)

例 3点の比が、

4:1:2 のとき

12:1:3 のとき

**最小公倍数** は 4

**最小公倍数** は 12

よって  
「つりあい係数」は  $\frac{1}{4} : \frac{1}{1} : \frac{1}{2}$

よって  
「つりあい係数」は  $\frac{1}{12} : \frac{1}{1} : \frac{1}{3}$

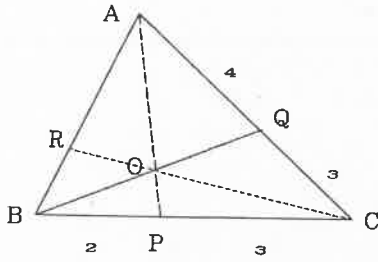
よって  
$$o = \frac{a + 4b + 2c}{7}$$

よって  
$$o = \frac{a + 12b + 4c}{17}$$

まとめると、内点問題はかつての複雑な計算をすることなしに、30秒で片づくことになる。図形の問題は三角形を利用することが多いのでこの《つりあいの概念》は、まことに有効な手段になるであろう。

また、かつての「重心座標」よりも「つりあい係数」の方がより明確で、かつ易しく理解できるものである。つまり《つりあいの概念》は解き方のテクニックや暗記に頼るものではなく、まったく自然な当たり前のものとして考えられるものである。

問 1



図の内点Oを求めよ。

また、点Rは線分ABを何：何に内分するか？

解)  $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \gamma = 1$  より  $\therefore \gamma = 2$

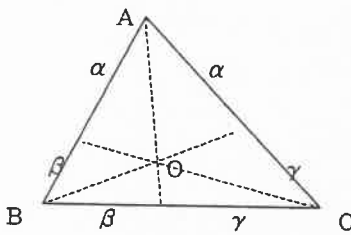
よって、点Rは線分ABを2：1に内分する。

よって、点Oは△ABCを4：2：3に内分する。

よって、「つりあい係数」3：6：4より、 $\vec{o} = \frac{3\vec{a} + 6\vec{b} + 4\vec{c}}{13}$  である。

### 3 平面（2次元）の外分点と、まとめ

線分の外分点と同じように、△ABCの外点でも《つりあいの概念》を使えないか？  
考えてみよう。



※  $\vec{o} = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c} \quad (p+q+r=1)$

$$\begin{aligned} &= (1-q-r)\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c} \\ &= \vec{a} + q(\vec{b}-\vec{a}) + r(\vec{c}-\vec{a}) \\ &= \vec{a} + q\vec{AB} + r\vec{AC} \quad \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

同様に、 $\vec{o} = \vec{b} + p\vec{BA} + r\vec{BC} \quad \dots \textcircled{2}$

$\vec{o} = \vec{c} + p\vec{CA} + q\vec{CB} \quad \dots \textcircled{3}$

まるで、確率のように、これは決まっている。

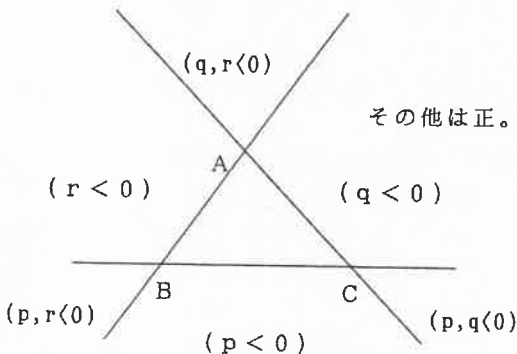
※と①②③より、

(1)  $p, q, r > 0$  のとき、点Pは△ABCの内点となる。

(2)  $p=0$  のとき、点Pは直線BC上にある。  
 $q=0$  のとき、点Pは直線CA上にある。  
 $r=0$  のとき、点Pは直線AB上にある。

上図で、  
 $p : q : r = \frac{1}{\alpha} : \frac{1}{\beta} : \frac{1}{\gamma}$   
である。

(3) (1)(2)以外するとき、次のようになる。(図、点Oは省略。)



つまり、ベクトル式①②③は任意の実数  $p, q, r$  (ただし、 $p+q+r=1$ ) について認められるため、点Oは3点ABCによって決まる平面上のすべての点について考えることができる。

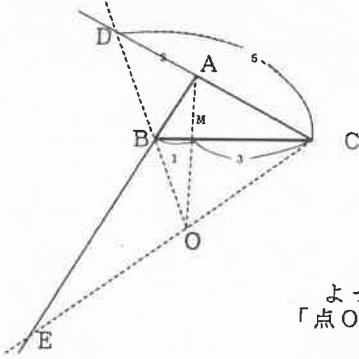
そこで、当然！《つりあいの概念》がここでも使えるはずである。

2点による直線上のあらゆる分点も  
3点による平面上のあらゆる分点も  
.....空間上のあらゆる分点は  
係数の和： $p+q+r+\dots=1$ で表せる。

次の例を解いてみよう。



例 図のように、 $\triangle ABC$ の外部に点Oがあり、線分AOが線分BCを1:3に内分し、直線BOと直線ACの交点Dが線分ACを2:5に外分するとき、点Oの位置を3点A, B, Cの位置ベクトルa, b, cで表せ。また点Eは線分ABをどのように分ける点か？



《つりあいの概念》

まず、チェバの定理より

$$\frac{1}{3} \times \frac{5}{2} \times \gamma = 1 \quad \therefore \gamma = \frac{6}{5}$$

よって、図より

「点Eは線分ABを6:-5に分ける点である。」

↓  
-6:5 と同じ!

よって、先の(3)の負(マイナス)の領域でも分かるように  
「点Oは $\triangle ABC$ を-6:5:15に内分する点である。」

最小公倍数が、30であるから、  
つりあい係数が -5:6:2 となり、

$$o = \frac{-5a + 6b + 2c}{-5 + 6 + 2} = \frac{-5a + 6b + 2c}{3} \text{ となる。}$$

(従来の解答)

まず、 $d = c + \frac{5}{3} \overrightarrow{CA} = c + \frac{5}{3}(a - c) = \frac{5}{3}a - \frac{2}{3}c$  より

$$o = d + s \overrightarrow{DO} = d + s \overrightarrow{DB} = d + s(b - d) = (1 - s)\left(\frac{5}{3}a - \frac{2}{3}c\right) + sb$$

$$= \frac{5}{3}(1 - s)a + sb - \frac{2}{3}(1 - s)c \quad \dots \textcircled{1} \quad (s \text{ は実数})$$

また、 $o = a + t \overrightarrow{AM} = a + t\left(\frac{3}{4} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{4} \overrightarrow{AC}\right) = a + \frac{3}{4}t(b - a) + \frac{1}{4}t(c - a)$

$$= (1 - t)a + \frac{3}{4}tb + \frac{1}{4}tc \quad \dots \textcircled{2} \quad (t \text{ は実数})$$

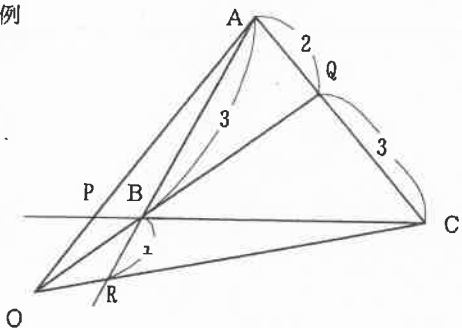
①②より、

$$\begin{cases} \frac{5}{3}(1 - s) = 1 - t \\ s = \frac{3}{4}t \\ -\frac{2}{3}(1 - s) = \frac{1}{4}t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s = 2 \\ t = \frac{8}{3} \end{cases} \text{ となり}$$

よって、 $o = -\frac{5}{3}a + 2b + \frac{2}{3}c$  となる。

また、点Eの分点状況は同様のできるので、ここでは省略する。

例



左図で、点Oの位置をベクトル  $a, b, c$  を使って表せ。また、直線AOは直線BCをどのように分けるか述べよ。

解) 「点Qは線分ACを2:3に分ける。」  
 「点Rは線分ABを4:-1に分ける。」  
 よってチェバの定理より

$$\alpha \times \frac{3}{2} \times \frac{4}{1} = 1 \quad \therefore \alpha = \frac{1}{6}$$

よって、  
 「点Pは線分BCを-1:6に分ける。」

つまり、「点Oは $\triangle ABC$ を4:-1:6に分ける。」

よって、「つりあい係数」が3:-12:2となり、

$$O = \frac{3a - 12b + 2c}{3 + (-12) + 2} = \frac{3a - 12b + 2c}{-7} = \frac{-3a + 12b - 2c}{7} \text{ となる。}$$

先の例では P9 の (3) の負(マイナス)の領域を気にして  $6:-5$  を  $-6:5$  に直して解いたが、実は直線上の分点と同様にどちらでも代数的にうまくいくことが分かる。つまり、最後の結果が (3) の負(マイナス)の領域と合致していることを確認すれば良いのである。その為にこの例ではわざとそのまま計算をしてみた。

(従来の解答)

$\vec{OQ} = \alpha \vec{OB}$ 、 $\vec{OR} = \beta \vec{OC}$  とすると、

$$\begin{aligned} \vec{OQ} &= \frac{3}{5} \vec{OA} + \frac{2}{5} \vec{OC} = \alpha \vec{OB} = \alpha \left( \frac{1}{4} \vec{OA} + \frac{3}{4} \vec{OR} \right) = \alpha \left( \frac{1}{4} \vec{OA} + \frac{3}{4} \beta \vec{OC} \right) \\ &= \frac{\alpha}{4} \vec{OA} + \frac{3}{4} \alpha \beta \vec{OC} \quad \text{①} \end{aligned}$$

よって、  

$$\begin{cases} \frac{3}{5} = \frac{\alpha}{4} \\ \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \alpha \beta \end{cases} \text{ より } \begin{cases} \alpha = \frac{12}{5} \\ \beta = \frac{2}{9} \end{cases}$$

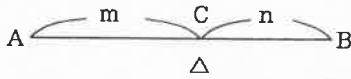
①より、 $\frac{3}{5} \vec{OA} + \frac{2}{5} \vec{OC} = \frac{12}{5} \vec{OB} \quad \therefore \frac{3}{5}(a - o) + \frac{2}{5}(c - o) = \frac{12}{5}(b - o)$

$\therefore \frac{7}{5} o = -\frac{3}{5} a + \frac{12}{5} b - \frac{2}{5} c \quad \therefore o = \frac{-3a + 12b - 2c}{7}$

まとめ

分点についてのこれまでの結論を、ある程度まとめると次のようになる。

(7) 線分のとき



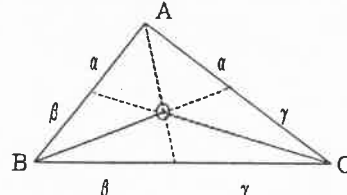
「線分 AB を  $m : n$  に分ける。」

位置ベクトル  $a, b$  に対して

$\frac{1}{m}, \frac{1}{n}$  を つりあい係数という。

$$c = \frac{\frac{1}{m}a + \frac{1}{n}b}{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}} = \frac{na + mb}{m + n}$$

(イ) 三角形のとき



「 $\triangle ABC$  を  $\alpha : \beta : \gamma$  に分ける。」

位置ベクトル  $a, b, c$  に対して

$$o = \frac{\frac{1}{\alpha}a + \frac{1}{\beta}b + \frac{1}{\gamma}c}{\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma}} = \frac{\alpha'a + \beta'b + \gamma'c}{\alpha' + \beta' + \gamma'}$$

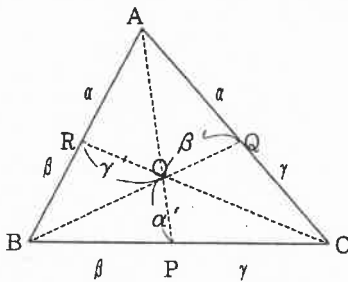
ただし、 $\alpha', \beta', \gamma'$  は つりあい係数  $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\gamma}$  を最も簡単な整数比に直したものである。(つまり、 $\alpha, \beta, \gamma$  の最小公倍数  $L$  に対する つりあい係数。→ P 8)

更に、この つりあい係数  $\alpha', \beta', \gamma'$  は 下図の位置に相等し、 $\alpha' + \beta' + \gamma' = S$

とすると、線分 AP の内分比は  $AO : OP = (S - \alpha') : \alpha'$

線分 BQ の内分比は  $BO : OQ = (S - \beta') : \beta'$

線分 CR の内分比は  $CO : OR = (S - \gamma') : \gamma'$  となっている。



つまり、分点 O の つりあい係数  $\alpha', \beta', \gamma'$  は、 $\triangle ABC$  のあらゆる内分比を把握している。(例)

$\alpha : \beta : \gamma = 2 : 3 : 4$  のとき

$\alpha' : \beta' : \gamma' = \underline{6} : 4 : 3$  となり、

例えば  $AO : OP = 7 : \underline{6}$  である。

なお、この分点は先にも述べたとおり、2次元(3点)の場合にとどまるものではない!(ベクトルから生まれた派生的なものであるため。)

#### 4 n次元における分点公式

一般に内分と外分は結果的に符号によって生ずるものであり、同一の次の式によって表されるものである。

独立したn個の点が存在するとき (n-1次元)、

$$x = \frac{\alpha' a_1 + \beta' a_2 + \gamma' a_3 + \dots + \xi' a_n}{\alpha' + \beta' + \gamma' + \dots + \xi'} \quad \text{となる。} \quad \textcircled{1}$$

ただし、 $\alpha'$ ,  $\beta'$ ,  $\gamma'$ ,  $\dots$  は、つりあい係数  $\frac{1}{\alpha}$ ,  $\frac{1}{\beta}$ ,  $\frac{1}{\gamma}$ ,  $\dots$  である。つまり、 $x$ とは質点  $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$  の平均であり確率における期待値のようなものである。

また、

$$\frac{\alpha'}{\alpha' + \beta' + \gamma' + \dots + \xi'} + \frac{\beta'}{\alpha' + \beta' + \gamma' + \dots + \xi'} + \dots + \frac{\xi'}{\alpha' + \beta' + \gamma' + \dots + \xi'} = \frac{\alpha' + \beta' + \gamma' + \dots + \xi'}{\alpha' + \beta' + \gamma' + \dots + \xi'}$$

= 1 となるため ① において、ベクトル  $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$  は 座標系によらず、 $x$ (ベクトル)をただ一つ存在させることが分かる (相対性の成立)。つまり、この分点公式の概念はn次元ユークリッド空間において成立することが証明された。

そして次の瞬間、私はある小説を思いつき、数日間その小説に熱中したのである。

これまでの考察から内分点と外分点は密接な関係があり、内分点が決まるとそれによる固有の外分点が決まる (存在する) 事が分かる。それは代数的には単なる符号の違いであり、幾何的には1つ高い次元で眺めると実は同じもの (概念) であることが分かる (アポロニウスの円)。そこで私はより高次元で分点を眺めるとき、次のような小説を考えてみた。

### 第三章 「虚点理論」

小説「虚(外)点理論」・・・・・・物理学との接点!

この理論はあくまでも仮定から生じた、単なる小説である。

次の2つの条件を満たす点(の組(Set))が同次元に少なくとも1つ存在する。

このような点を外点と呼ぶことにする。

- ① 内点と同等な点(の組(Set))である。
- ② もとの点(初期条件)からの写像で定義される。

①の同等とは次のことを言う。(定義)

「従属しない $n$ 個の点 $A_n$  ( $n=1,2,3,\dots$ ) と、ある点 $P$ が同等」とは、  
「 $E(A_n) = P$ 」(点 $P$ は点 $A_1, A_2, \dots, A_n$ の質的重心である。) という意味である。

また、 $E(A_n)$ とは、序論で述べたものを $n$ 次元に拡張したものである。

つまり、 $E(A_n) = \frac{\alpha' a_1 + \beta' a_2 + \gamma' a_3 + \dots + \xi' a_n}{\alpha' + \beta' + \gamma' + \dots + \xi'}$  を表す

②の写像はいくらでも(無数に)考えられるが、ここでは1つに決めて、定義していきたい。

#### 外点写像の定義

一般に $n-1$ 次元空間において、 $0 = \frac{\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \alpha_3 a_3 + \dots + \alpha_n a_n}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \dots + \alpha_n}$

なる点 $O(o)$ が存在するとき、 $k=1,2,3,\dots,n$  に対して

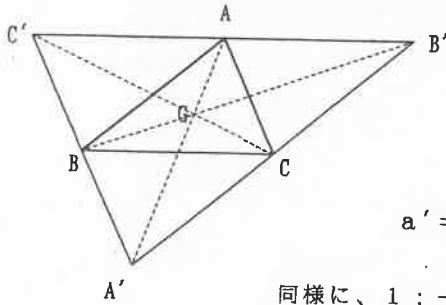
$$a_k' = \frac{\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \alpha_3 a_3 + \dots + (-\alpha_k) a_k + \dots + \alpha_n a_n}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \dots + (-\alpha_k) + \dots + \alpha_n}$$

となる点 $A_k'(a_k')$ をそれぞれ、点 $A_k(a_k)$ の外点と呼び、この $n$ 個の外点を点 $O(o)$ の共役外点と言う。

以下の話を進めるとき、常に先の①②を確認しながらでないと理論が空論になってしまうので注意したい。また、分かりやすい為に始めに特殊な $A$ 。(重心と外点との関係)を説明し、終わりに一般の $I$ 。(内点と外点との関係)を話したい。なお、ここで初めて点に重みを持たせる概念、つまり質点としての点の存在を考えてみたいと思う。

ア. 重心と外点との関係。

3点A、B、Cの位置ベクトルをa、b、cとすると、  
 $\triangle ABC$ を1 : 1 : 1に分ける点G(g)は重心となる。



$$g = \frac{a + b + c}{3} \text{ である。}$$

また、-1 : 1 : 1に分ける点A'は、  
 (L=1より、係数が-1 : 1 : 1で)  

$$a' = \frac{-a + b + c}{-1 + 1 + 1} = \frac{-a + b + c}{1} = -a + b + c$$

同様に、1 : -1 : 1に分ける点B'は、 $b' = a - b + c$

同様に、1 : 1 : -1に分ける点C'は、 $c' = a + b - c$

となる。

よって、図より3つの外点は元の $\triangle ABC$ の外接する自己相似形(フラクタル)を生むことが分かる。この3点を重心による、共役な外点と呼ぶことにする。

ちなみに、複素平面上で3点ABCのどれか1つを原点Oとすると、他の2つの複素数の「和と差」が3つの外点A'B'C'となることが分かる。

また、この共役な外点を与える写像を考えると、これを繰り返すことによって、フラクタルな図形が描けることも容易に想像できる。

以下、同様にn次元について考えていきたい。

① 今、空間の4点ABCDの重心G(g)を考えたとき、  

$$g = \frac{a + b + c + d}{4}$$
 で与えられる事が分かっている。

つまりこれもやはり、4点ABCDを1 : 1 : 1 : 1に内分する点(体積比に一致)であり、L=1より「つりあい係数」は1 : 1 : 1 : 1となる為、

$$g = \frac{a + b + c + d}{1 + 1 + 1 + 1} = \frac{a + b + c + d}{4} \text{ となるのである。}$$

すると定義より、共役な外点の個数は4個である。

ところで、-(マイナス)の符号の付く場合の数に、空間の4点の場合  ${}_4C_1 = {}_4C_3 = 4$  と  ${}_4C_2 = 6$  の10通りがあるが、実は(-1) : (-1) : 1 : 1などは考えられない。これらは  $(-1) + (-1) + 1 + 1 = 0$  となり、定義されないからである。例えば、直線上の 1 : (-1)に分ける点はないのだ。(無限大円との交点か?)

また位置は、

$$a' = \frac{-a + b + c + d}{2} \quad b' = \frac{a - b + c + d}{2}$$

$$c' = \frac{a + b - c + d}{2} \quad d' = \frac{a + b + c - d}{2} \quad \text{となる。}$$

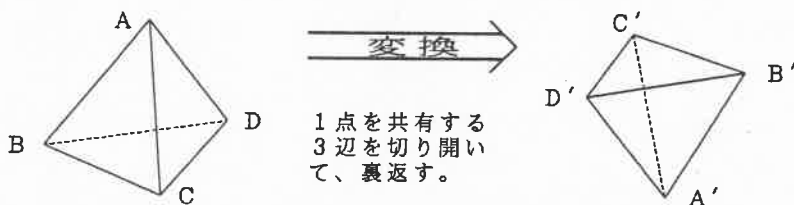
これもやはり自己相似形(フラクタル)であり、特に元と同じ大きさである。

(証明)  $\rightarrow a g = \frac{a + b + c + d}{4} - a = \frac{b + c + d - 3a}{4}$

$\rightarrow a' g = \frac{a + b + c + d}{4} - \frac{-a + b + c + d}{2} = \frac{3a - b - c - d}{4} = -\frac{a g}{1} \quad (\text{逆ベクトル})$

同様に、 $\rightarrow b' g = -b g$ 、 $\rightarrow c' g = -c g$ 、 $\rightarrow d' g = -d g$  となる。 //

更に図を書いてみると、下図のように単なる自己相似形ではなく元の四面体 ABCD が《裏返っている》ことが分かる。つまり、重心による共役な外点への写像は《裏返し写像》なのである。(4点(3次元)の場合、特に明確となる。)



約20年程前のベストセラー、「生命潮流」(ライルワトソン)という本の中に、イタリアの5歳の少女がテニスボールを手のひらの中で裏返すことができるという事件を読んだが、3次元での裏返し写像はこの懐かしい本の事件を思い起こさせてくれる。

また、自然界(3次元空間)における右手系と左手系の存在に通じるもので、3次元空間に限らずn次元空間でこの「鏡写しの系」の存在を裏付けることが分かる。

② 次に、5点(4次元)の場合を考えてみよう。

A (a)、B (b)、C (c)、D (d)、E (e) としたとき G (g) は

$$g = \frac{a + b + c + d + e}{1 + 1 + 1 + 1 + 1} = \frac{a + b + c + d + e}{5} \quad \text{である。}$$

そこで、共役外点の個数は、 ${}_5C_1 = {}_5C_4 = \underline{5}$  となる。・・・ (ア)

また、その他の代数的、類似外点(広義外点)の個数は、 ${}_5C_2 = {}_5C_3 = \underline{10}$  となる。

広義外点  $\left\{ \begin{array}{l} \text{共役外点} \cdots \text{(写像で定義できる。)} \\ \text{類似外点} \cdots \text{(写像とは言えない。)} \end{array} \right.$  (イ)

(ア)  $A(a')$ 、 $B(b')$ 、 $C(c')$ 、 $D(d')$ 、 $E(e')$  とすると

$$a' = \frac{-a + b + c + d + e}{-1 + 1 + 1 + 1 + 1} = \frac{-a + b + c + d + e}{3} \quad \text{となり}$$

同様に、

$$b' = \frac{a - b + c + d + e}{3} \quad c' = \frac{a + b - c + d + e}{3}$$

$$d' = \frac{a + b + c - d + e}{3} \quad e' = \frac{a + b + c + d - e}{3} \quad \text{となる。}$$

$$\text{いま、} a' = \frac{b + c + d + e}{3} - \frac{a}{3}$$

$$= \frac{b + c + d + e}{4} \times \frac{4}{3} - \frac{a}{3}$$

$$= \frac{4x - a}{4 - 1}$$

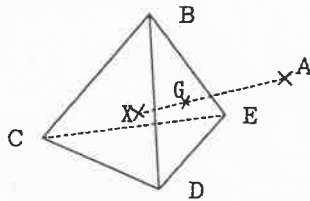
(Aと他の4点の重心Xを4:1に外分)

$$\text{また、} g = \frac{b + c + d + e}{5} + \frac{a}{5}$$

$$= \frac{b + c + d + e}{5} \times \frac{4}{5} + \frac{a}{5}$$

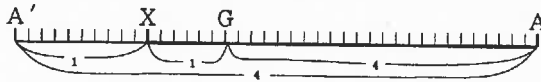
$$= \frac{4x + a}{4 + 1}$$

(Aと他の4点の重心Xを4:1に内分)



(あくまでもイメージで  
あり、4次元である！)

よって、



図より、点  $A'$  は直線  $AG$  上の  $G$  に対して  $A$  の反対側、 $AG$  の  $\frac{2}{3}$  倍の距離にある。

同様に、他の外点についても次のようになることが分かる。

点  $B'$  は直線  $BG$  上の  $G$  に対して  $B$  の反対側、 $BG$  の  $\frac{2}{3}$  倍の距離にある。

点  $C'$  は直線  $CG$  上の  $G$  に対して  $C$  の反対側、 $CG$  の  $\frac{2}{3}$  倍の距離にある。

点  $D'$  は直線  $DG$  上の  $G$  に対して  $D$  の反対側、 $DG$  の  $\frac{2}{3}$  倍の距離にある。

点  $E'$  は直線  $EG$  上の  $G$  に対して  $E$  の反対側、 $EG$  の  $\frac{2}{3}$  倍の距離にある。

つまり、やはり自己相似形(フラクタル)であり、更に縮小されていることが分かる。

(イ) その他の10個の類似外点(広義外点)について調べる。...画像で定義されていないが!

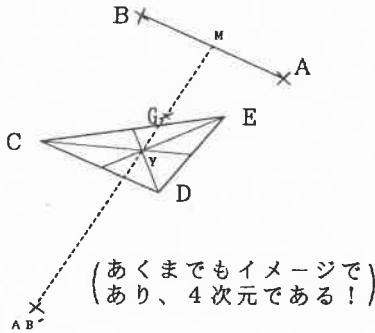
$$a b' = \frac{-a - b + c + d + e}{-1 - 1 + 1 + 1 + 1} = -a - b + c + d + e$$

$$= \frac{3 \times \frac{a + d + e}{3} - 2 \times \frac{a + b}{2}}{3 - 2} = \frac{3y - 2m}{3 - 2} \quad \text{(YMを2:3に外分とする。)}$$

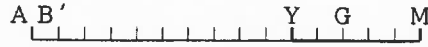


$$\text{また、 } g = \frac{a+b+c+d+e}{5} = \frac{3 \times \frac{c+d+e}{3} + 2 \times \frac{a+b}{2}}{3+2} = \frac{3y+2m}{3+2}$$

(YMを2:3に内分)



よって、



点A'B'は直線MG上のGに対してMの反対側、線分MGの4倍の距離にある。

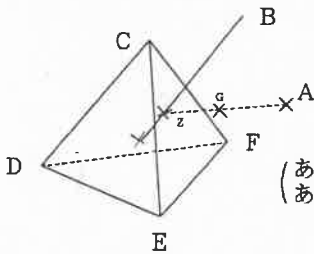
以下同様に(省略)他の類似外点についてもそれぞれの線分の反対側4倍の距離にある。

③ (ア) 6点(5次元)の場合、まず、 $C_1 = C_5$  の6個の共役外点については

$$g = \frac{a+b+c+d+e+f}{1+1+1+1+1+1} = \frac{a+b+c+d+e+f}{6} = \frac{5 \times \frac{b+c+d+e+f}{5} + 1 \times a}{5+1} \quad (1:5 \text{に内分})$$

$$a' = \frac{-a+b+c+d+e+f}{-1+1+1+1+1+1} = \frac{-a+b+c+d+e+f}{4}$$

$$= \frac{b+c+d+e+f}{4} - \frac{a}{4} = \frac{5 \times \frac{b+c+d+e+f}{5} - 1 \times a}{5-1} \quad (1:5 \text{に外分})$$



よって、下図より



(あくまでもイメージで) (あり、5次元である!)  $A'G$ はAGの $\frac{1}{2}$ 倍となる。

同様に(省略)、他の外点についても $\frac{1}{2}$ 倍となる。

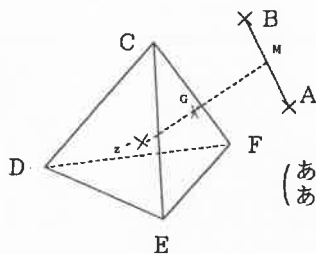
(イ)  $C_2 = C_4$  の15個の類似外点については

$$a b' = \frac{-a-b+c+d+e+f}{-1-1+1+1+1+1} = \frac{-a-b+c+d+e+f}{2}$$

$$= \frac{4 \times \frac{c+d+e+f}{4} - 2 \times \frac{a+b}{2}}{4-2} \quad (2:4 \text{に外分})$$

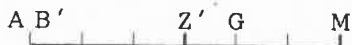
パスカルの三角形								
	1	1						
	1	2	1					
2次元	1	3	3	1				
3次元	1	4	6	4	1			
4次元	1	5	10	10	5	1		
5次元	1	6	15	20	15	6	1	
6...								

$$g = \frac{a+b+c+d+e+f}{6} = \frac{4 \times \frac{c+d+e+f}{4} + 2 \times \frac{a+b}{2}}{4+2} \quad (2:4 \text{に内分})$$



(あくまでもイメージで  
あり、5次元である！)

よって、下図より



$AB'G$ は $MG$ の2倍となる。

同様に(省略)他の類似外点についても2倍となる。

よって、広義外点の存在<sup>いき</sup>閾値(と呼ぶ)は、4次元より5次元の方がはるかに遅く膨張する(共役外点の閾値は収縮する)。以下同様に $n$ 次元についても一般に計算ができる。そして、 $n$ 次元の自然界に存在する多くの物理的フラクタルもすべてこの(ベクトルの)構造に起因すると私は信ずる。ふと思ったことは、距離を定義するとき座標の定義の仕方が問題であるという事である。本来、空間に点が存在するのではなく、点が1つ存在したとき空間を考え始め、2つ存在したとき距離を定義し、それはまだ1次元である。3つ存在したとき最も基本的空間となり、従属しない4つ目の点で安定した空間になると思う(今までの考察より)。であるならば初めから次元(座標)を定義するのではなく、「従属しない適当な $n$ 個の点の重心を原点 $O$ と定め、 $O$ から $n$ 個の点の中のある1点までの距離を $n-1$ (更に何倍かすると都合が良い)と決めて、その点と原点 $O$ を結ぶ直線をまず第1の座標軸とする。後はそれぞれ垂直な方向に $O$ から軸を考えていけば良い。」と考える。いずれにしても言える事は次のようになる。

一般に $n-1$ 次元空間では、

ある点と他の $n-1$ 個の重心を $n-1:1$ に内分する点が全重心であり、

ある点と他の $n-1$ 個の重心を $n-1:1$ に外分する点が共役外点である。

その他の類似外点の位置については同じ重心に対して、

$t$ 個の重心と他の $n-t$ 個の重心を $n-t:t$ に内分する点が全重心で一致し、

$t$ 個の重心と他の $n-t$ 個の重心を $n-t:t$ に外分する点がその他の類似外点である。(ただし、 $t \neq n/2$ )

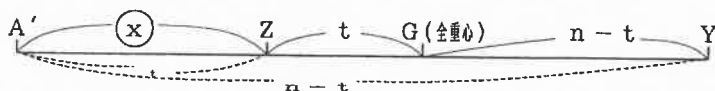
そして、広義外点の個数を $C_t$ (ただし $t=1,2,3,\dots, t < \frac{n}{2}$ )とするととき、

広義外点の存在閾値は、

$$\frac{2t}{n-2t} \text{ (倍) で表される。 (元の点や幾つかの点の重心から、全重心の反対側に写像される距離)}$$

この閾値の1との大小関係は物理的に非常に面白いと思う。

しかし、現実にはtにある条件が更に付かないと2直線  $n = 4t$  と  $n = 2t$  の間で広義外点は無限に拡散するばかりである。したがって後でも述べるが広義外点は、Real point としては考え難い(扱づらい)ものなのである。(t=1の共役外点が良いが...) (証明) 広義外点の個数を  $\circlearrowleft C$ 、とするとき、t個の重心Yと他の  $n-t$  個の重心Zを  $n-t : t$  に内分する点がG、 $n-t : t$  に外分する点がA'とすると、



$$(n-t) - t : n = t : \textcircled{x} \quad \therefore \textcircled{x} = \frac{nt}{n-2t}$$

よって

$$\frac{A'G}{GY} = \frac{x+t}{n-t} = \frac{\frac{nt}{n-2t} + t}{n-t} = \dots (\text{省略}) \dots = \frac{2t}{n-2t}$$

(先の内分、外分の分点比については帰納的に容易に証明できる。) //

#### イ. 内点と外点との関係。

重心とはいわゆる平均であって、フラクタルな拡大や縮小によって重心は移動しない。しかし、確率分布におけるもう一つの重要な代表値・標準偏差(分散)を無視してはいけない。多変量解析の成分分析のようにそれぞれの要素(成分)の平均と標準偏差を無機質に求め、標準化しても良いのであろうか? もし標準偏差に相等する新しい概念を定義できれば一般の空間における意味のある確率分布を考えることができる。いま、現実の物理的な空間には質量が存在する。「つりあい」という概念のもと今まで述べてきた分点公式の「つりあい係数」が、まさにその質量に等しいものであり、n次元の分点公式は実は物理的にかなり意味のある公式なのである。「点が質量を持つ!」と考えるとき、便宜上(とりあえず)使える公式だと思う。そこで一般の内点と外点との関係を考えてみよう。

(ア) 2次元平面について、 $\triangle ABC$ の内点Oのつりあい係数を  $\alpha : \beta : \gamma$  とする。

(かつては分点比  $\alpha : \beta : \gamma$  に対して、 $\alpha' : \beta' : \gamma'$  で表していたもの)

分かりやすい為にダッシュを除いた。

よって、 $g = \frac{\alpha a + \beta b + \gamma c}{\alpha + \beta + \gamma}$  であり、外点  $A'(a')B'(b')C'(c')$  は

$$a' = \frac{-\alpha a + \beta b + \gamma c}{-\alpha + \beta + \gamma}, \quad b' = \frac{\alpha a - \beta b + \gamma c}{\alpha - \beta + \gamma}, \quad c' = \frac{\alpha a + \beta b - \gamma c}{\alpha + \beta - \gamma}$$

となる。

このとき $\triangle A'B'C'$ は、もとの $\triangle ABC$ の外接三角形となる。  
(ただし、係数が正の場合)

証明)  $\vec{A'B'} = \frac{\alpha a - \beta b + \gamma c}{\alpha - \beta + \gamma} - \frac{-\alpha a + \beta b + \gamma c}{-\alpha + \beta + \gamma} = \dots (\text{省略}) \dots$   
 $= \frac{2\gamma}{\alpha - \beta - \gamma} \times \frac{-\alpha a + \beta b + (\alpha - \beta)c}{\alpha - \beta + \gamma}$

また、 $\vec{B'C'} = c - \frac{\alpha a - \beta b + \gamma c}{\alpha - \beta + \gamma} = \dots = \frac{-\alpha a + \beta b + (\alpha - \beta)c}{\alpha - \beta + \gamma}$

よって、 $\vec{A'B'} = \frac{2\gamma}{\alpha - \beta - \gamma} \vec{B'C'}$  となる。

同様に、 $\vec{B'C'} = \frac{-2\alpha}{\alpha - \beta + \gamma} \vec{C'A'}$   $\vec{C'A'} = \frac{-2\beta}{\alpha + \beta - \gamma} \vec{A'B'}$  となる。 //

線分(内線)と内点(将来の重心)との関係は $\triangle ABC$ のつりあい係数を $\alpha : \beta : \gamma$ とすると

$$A'O : OA = \{(\beta + \gamma) - \alpha\} \times \frac{\alpha}{S} + \alpha : \{(\beta + \gamma) - \alpha\} \times \frac{\beta + \gamma}{S}$$

$$B'O : OB = \{(\gamma + \alpha) - \beta\} \times \frac{\beta}{S} + \beta : \{(\gamma + \alpha) - \beta\} \times \frac{\gamma + \alpha}{S}$$

$$C'O : OC = \{(\alpha + \beta) - \gamma\} \times \frac{\gamma}{S} + \gamma : \{(\alpha + \beta) - \gamma\} \times \frac{\alpha + \beta}{S}$$

(ただし、 $S = \alpha + \beta + \gamma$ )

で外点 $A'B'C'$ が与えられる為、

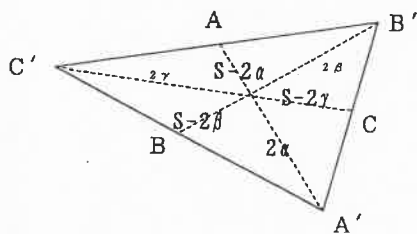
それぞれを $S$ 倍して比べると、

$$A'O : OA = \dots (\text{省略}) \dots = 2\alpha : S - 2\alpha \quad (\because \beta + \gamma \text{ で割った})$$

$$B'O : OB = \dots (\text{省略}) \dots = 2\beta : S - 2\beta \quad (\because \gamma + \alpha \text{ で割った})$$

$$C'O : OC = \dots (\text{省略}) \dots = 2\gamma : S - 2\gamma \quad (\because \alpha + \beta \text{ で割った})$$

よって、 $\triangle A'B'C'$ は下図の比の関係を満たす。

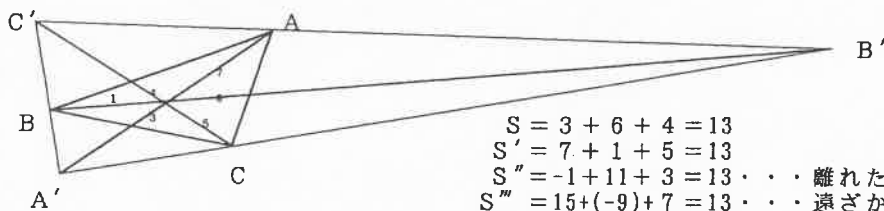


したがって $\triangle A'B'C'$ のつりあい係数は $S - 2\alpha : S - 2\beta : S - 2\gamma$ であることが分かる。また、この総和 $S'$ も  
 $S' = (S - 2\alpha) + (S - 2\beta) + (S - 2\gamma)$   
 $= 3S - 2S = S$ となり、外点によって移動されてもつりあい係数(質量)は相対的には全く変化しないことが分かる。ちなみに $\triangle A''B''C''$ の場合は、  
 $S - 2(S - 2\alpha) : S - 2(S - 2\beta) :$   
 $S - 2(S - 2\gamma)$   
 $= 4\alpha - S : 4\beta - S : 4\gamma - S$ となり、

$S'' = (4\alpha - S) + (4\beta - S) + (4\gamma - S) = 4S - 3S = S$ となる。ただし、 $S/2$ を超える係数は次の写像で負となり三角形は重心からどんどん離れていくことが分かる。以下、同様につりあい係数の総和は $S = S' = S'' = \dots$ と変化しない。

よって、質量が存在する2次元平面において、外点を考える写像は重心も移動しないし、質量(絶対質量ではなく相対質量)も変化しないことが分かった。(n回写像の後、内点の分母が $S^{(n)}$ なので当然といえば当然なのだ。)

例



$$\begin{aligned}
 S &= 3 + 6 + 4 = 13 \\
 S' &= 7 + 1 + 5 = 13 \\
 S'' &= -1 + 11 + 3 = 13 \dots \text{離れた!} \\
 S''' &= 15 + (-9) + 7 = 13 \dots \text{遠ざかる。} \downarrow \\
 S^{(4)} &= -17 + 31 + (-1) = 13 \\
 &\dots \dots \dots \text{ランダムへ}
 \end{aligned}$$

$$S^{(n)} = \frac{13 - 4(-2)^n}{3} + \frac{13 + 5(-2)^n}{3} + \frac{13 - (-2)^n}{3} = 13$$

つまり、質量が存在することによって外点写像が一見ランダムなものになってしまったが、実はまだそこには重心や相対質量が保存されるという「充分な規則が」あるのである。n回外点写像後のつりあい係数を行列で表すと、

$$\begin{cases} \alpha' = -\alpha + \beta + \gamma \\ \beta' = \alpha - \beta + \gamma \\ \gamma' = \alpha + \beta - \gamma \end{cases} \text{より} \begin{pmatrix} \alpha^{(n)} \\ \beta^{(n)} \\ \gamma^{(n)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}^n \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} \text{となる。}$$

よって、

個別に表すと

$$\begin{cases} \alpha^{(n)} = \frac{1 - (-2)^n}{3} S + (-2)^n \alpha \\ \beta^{(n)} = \frac{1 - (-2)^n}{3} S + (-2)^n \beta \\ \gamma^{(n)} = \frac{1 - (-2)^n}{3} S + (-2)^n \gamma \end{cases} \text{となる。}$$

(ただし、 $S = \alpha + \beta + \gamma$ )

ちなみに1次元(2点)の場合は「外点の定義」から、つりあい係数は

$$\begin{cases} \alpha' = \alpha \\ \beta' = -\beta \end{cases} \text{より} \begin{pmatrix} \alpha' \\ \beta' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \text{で} \begin{pmatrix} \alpha'' \\ \beta'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \text{となる。}$$

つまり、外点写像で生ずる点の集合は2点のみである。

また、複素平面上で $i$ (虚)軸への写像は $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$ となり、面白い。

つまり、n回外点写像で生ずる点の集合はn組(Set)ある。また、複素空間上で虚軸への写像は四元数( $E, i, j, \mathcal{K}$ )になると思われる為、難しい。

(イ) 3次元空間(4点)の場合、例えば4点A B C Dを 2 : 3 : 4 : 5 に分ける内点Oがあったとき、L(最小公倍数)=60より内点Oの「つりあい係数」は 30 : 20 : 15 : 12 となる。よって、広義外点の個数は次のようになる。  
 ${}_4C_1 + {}_4C_2 = 10$ 個 (参考 p18) また、外点写像を数回繰り返してみると、次のようになる。

(S = 77)	<u>30 : 20 : 15 : 12</u>	
	(共役外点)	(類似外点)
(S' = 154)	<u>17 : 37 : 47 : 53</u>	-23 : -13 : -7 : 7 : 13 : 23
(S'' = 308)	120 : 80 : 60 : 48	
つまり S'' = 77	<u>30 : 20 : 15 : 12</u>	↓ 和が0になる! 無視しても良い?
(S''' = 616)	68 : 148 : 188 : 212	やはり相対質量は変化しない! (内点の分母が S <sup>(n)</sup> なので当然)
つまり S''' = 154	<u>17 : 37 : 47 : 53</u>	
.....	.....	さらにn回の像がn組ではなく 2組しかない事が分かる。

この場合も一般的に説明できるが、ここでは分かりやすい為にあえてこのままにして、後は読者におまかせしたい。(直観的理解の優先。)

よって、先に述べた計算(S - 2☆)により、1次元(2点)と同様 2組(Set)しか存在しないことが分かる。つまり、ア. で述べたとおり3次元(4点)では明らかに裏返し写像であり、しかも1次元と同様に極めて安定している!のである。いずれにしても重心や質量も保存されていることが分かった。更にこの研究に興味と時間のある方は4次元(5点)の場合を考えて頂きたい。きっと、収縮することが分かります(是非やってみて下さい。n → ∞のとき、つりあい係数が均一化される為、ア. に従う。)

私はこれまでの考察より、空間が膨張する条件としてその付近ではまず次元が1次元より大きく3次元より小さいことが十分であり、また収縮する為には、少なくとも3次元より大きいことが十分(条件)であると思う。また4次元や5次元を考えていくときこの先、カオス(Chaos)の中のフラクタルの存在を意味しているように思える。(もしかしたら 0n mapping かも知れない。) またもう一つ言える事は、このような外点写像を考えると、いまの次元における虚軸への写像が生ずる為、+αの次元をおのずと仮想しているということである。逆に言うと、外点とは「いまの次元+αの次元の質的重心」の像と「いまの次元」との交点(交わりの像)であり、外点自身は Real Pointであるが、それは+αの次元によって生じた Imaginary Point (虚点)でもあるという事である。

したがって点が空間を決定づけていることを考える（仮定する）と、空間においては、もしある部分に変化しているとき、その場所では別の $+ \alpha$ の次元が交錯している事になる。そして、1より大きく3より小さい次元はそれによって膨張し、3より大きい次元はそれによって収縮させられてしまうのである。だから、ア・（イ）の最後でも述べたが、点の存在が自らの次元を増減させる写像がいくつかあって、例えばベクトルという外積や内積のように次元を1つ増減させる写像が存在するのである。したがって本来、空間（全空間）とは Nonstandard Universe（超準域）を考えなくてはいけない気がする。そこでは初めから $\emptyset$ （空集合）や0（零）元が存在するのではなく、巾集合（Power Set）によって距離・和・積（外積は非可換）が定義され、逆写像も存在する。そしてやはり、結果的に点が空間を定義し、空間が点を内包していると考える。

そしてこれまでの『内点（質的重心）に共役な外点を考える写像』を逆に考える（逆写像）とき、内点（質的重心）は幾つかの共役な外点によって作られていると考えたくなる。ただし、そこには初期条件があり、その初期条件の個数等によってそれぞれの初期次元が決まり、自らの写像や異なる次元からの影響によって、時々変化をしているという事である。

先に述べたとおり通常全空間は、①  $n$ 個の質点の質量が異なる（等しくはない）。また、② 従属な（独立でない）点が存在する。の2つの理由によりそれぞれ、① ランダム、② カオスとなる。しかしながら、私はこの全空間の中に外点理論のような、あるアイデアを導入することで「カオスからランダムへ」、そして「ランダムからある規則性」が生ずるように思えるのだ。まあとにかく私の言いたい事は、質的重心によって（共役な）外点は生じ、また内点（質的重心）は外点によって実は作られているという事である。つまりこれらは考えなければ存在しないが常に同時に存在する（考えられる）ものであり、もしどちらかが存在しているときは実は他も同時に在るのである。それは一元的に言えば、あたかも  $n$  次方程式の解に実数解があったとき同時に他の解も存在するのに似ている。つまり先にも述べたが、この外点は考えれば都合が良いが現実にはめったに見えないものなのである。したがって、数学的には存在するが、恐らく物理的には Imaginary Point（虚点）と考えられるであろう。

私はこれまでに  $n-1$  次元における外点の個数と位置(閾値)、またカオス(Chaos)の中のフラクタルの存在を述べたが、今後の課題として全空間座標の新しい定義や全空間における意味のある確率分布の考察etc をもう少し考えなければならないと思う。

### ( 奇 蹟 )

例えば太陽系の惑星の位置にも、太陽からの平均距離に代数的(数列)な規則が見られるように、何次元かは不定だが宇宙の星の位置も一見 カオス(Chaos)ではあるがある条件(次元を低くする等)のもとに眺めると分点(1次元)の調和点列のように素晴らしい規則があるように思えてならない。

また、もっと考えると無機質な物質の存在(配列)と生命の存在(誕生)は、私には何か重大な関係があるように思えるのだ。そして、物質と生命の間に「重力」がキーポイントとなって、「規則的なリズムの出現(生命)」をも説明することができると私は信じる。

昔、友人に鏡はなぜ上下対象でなくて左右対象になるのか?という質問をしたとき、彼は真面目に「目が2つあるからだ」と答えたが……そうではない!ただ写っているだけなのだ。それを我々が勝手に左右と決めているだけであって、『左右対象という規則』は便宜上の話(本当は、奥行き対象)で、実は《自然なそのまま》のものである。

話を少し落としてしまったが、これまでの私の論はあくまでも個人的な独りよがりである。

……………1998年 7月 吉日

数か月後、私の小説は再び暴走を始めた。それはもう、妄想と言われても仕方のない領域である。



## 第四章 「統・虚点理論」

### 1 一般次元の重力と位置（ポテンシャル）

重力が質量に比例するならば、内点(質的重心)は単なる数学的重心ではなく、重力の中心とも言うべき、空間の中心となりうる。いま現実の空間には、質量とともに重力などの力が働いている。また、ある空間の内点を原点としたとき、かつての位置ベクトルは、現実の重力とはすべて逆ベクトルである。よって、写像による点の移動や崩壊(正則でないとき)を、ある力による結果と考えると、私の考える共役外点写像は重力による結果であるとも考えられる。(向きが重力と同じである為)そして外点写像が起きるときは、 $+\alpha$ の高次元と出会ったときであり、最初の空間と次元は変わらないが、裏返し写像となり、質点の存在閾値が変化すると考えられる。

重力の他に、電磁気力、強い力(核力)、弱い力(放射線(電子etc))を出して崩壊する現象による)の3つが考えられる(大統一理論によって同一視)が、これらによって $+\alpha$ の次元に新たな力の向きを生ぜしめることがあると考えたい。(フレミングの法則のように!)それはまさに、ベクトルの外積のような力である。

それでは次元と次元の交わり(交錯)をどのように捉えれば良いか?

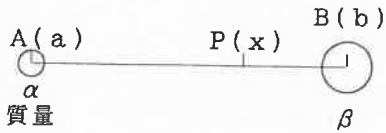
例えば、ある空間が $n-1$ 次元に $2n$ 個以上の点があり、かつ、ある $n$ 個と他の $n$ 個以上がそれぞれ $n-1$ 次元であるときを考える。

「他の $n$ 個以上による外積のような写像が起きたとき、即 $n$ 次元となる。その直後、先の $n$ 個による $n-1$ 次元は同空間に存在する為、外点(虚点)写像が起き、その空間は全体として閾値に変化が生ずるのである。」と、考える。

そこでまず、質的重心と重力の関係を述べたい。

## 質的重心と重力の関係

### ① 3次元に2点のみがある場合



いま、質的重心  $P(x)$  の位置は

$$x = \frac{\alpha a + \beta b}{\alpha + \beta} \quad \text{で表される為}$$

( $\because$  前節で説明済み)

$$AP = \frac{\alpha a + \beta b}{\alpha + \beta} - a = \frac{\beta(b - a)}{\alpha + \beta} = \frac{\beta r}{\alpha + \beta} e_a$$

$$BP = \frac{\alpha a + \beta b}{\alpha + \beta} - b = \frac{\alpha(a - b)}{\alpha + \beta} = \frac{\alpha r}{\alpha + \beta} e_b$$

( $e_a, e_b$  は単位ベクトルであり、 $e_a = -e_b$  の逆ベクトルである。  
また、 $|b - a| = r$  とする。)

となる。

(ベクトル記号はすべて省略する。)

また、3次元空間における点Aから点Bまでの質点(質量)の密度を考えると、他の質点はないものとして、

$$\frac{\alpha + \beta}{\frac{4\pi r^3}{3}} = \frac{3(\alpha + \beta)}{4\pi r^3}$$

となる。

よって、点Aにおける重力  $F(a)$  と、点Bにおける重力  $F(b)$  はそれぞれ

$$F(a) = \alpha \times \frac{3(\alpha + \beta)}{4\pi r^3} \times AP = \alpha \times \frac{3(\alpha + \beta)}{4\pi r^3} \times \frac{\beta r}{\alpha + \beta} e_a = \frac{3}{4\pi} \times \frac{\alpha \beta}{r^2} e_a$$

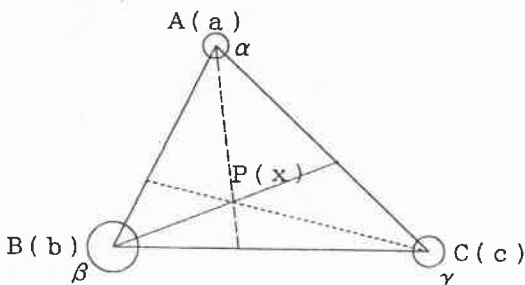
$$F(b) = \beta \times \frac{3(\alpha + \beta)}{4\pi r^3} \times BP = \beta \times \frac{3(\alpha + \beta)}{4\pi r^3} \times \frac{\alpha r}{\alpha + \beta} e_b = \frac{3}{4\pi} \times \frac{\alpha \beta}{r^2} e_b$$

となる。

いま、 $e_a = -e_b$  より、点P上で  $F(a) + F(b) = 0$  となり、また点Aと点Bにおける重力の大きさは等しくなっている。

ただし、現実の空間では、これに全空間の密度が係数として、かけ( $\times$ )られていると思われる。

### ② 3次元に3点のみがある場合



いま、質的重心  $P(x)$  の位置は

$$x = \frac{\alpha a + \beta b + \gamma c}{\alpha + \beta + \gamma} \quad \text{で表される為}$$

$$AP = x - a = \frac{\beta(b - a) + \gamma(c - a)}{\alpha + \beta + \gamma}$$

となる。

同様に、

$$BP = x - b = \frac{\alpha(a-b) + \gamma(c-b)}{\alpha + \beta + \gamma}, \quad CP = x - c = \frac{\alpha(a-c) + \beta(b-c)}{\alpha + \beta + \gamma}$$

となる。よって、それぞれの重力(ベクトル)は

$$F(a) = \alpha \times \frac{3(\alpha + \beta + \gamma)}{4\pi R^3} \times AP = \frac{3}{4\pi R^3} \times \alpha \{ \beta(b-a) + \gamma(c-a) \} \dots\dots (7)$$

$$F(b) = \beta \times \frac{3(\alpha + \beta + \gamma)}{4\pi R^3} \times BP = \frac{3}{4\pi R^3} \times \beta \{ \alpha(a-b) + \gamma(c-b) \}$$

$$F(c) = \gamma \times \frac{3(\alpha + \beta + \gamma)}{4\pi R^3} \times CP = \frac{3}{4\pi R^3} \times \gamma \{ \alpha(a-c) + \beta(b-c) \} \text{となる。}$$

いま、 $F(a) + F(b) + F(c) = 0$  となり、重力は重心  $P(x)$  でつりあっている。  
よって、3点の存在は重心  $P(x)$  に質量  $\alpha + \beta + \gamma$  の質点があることに等しい。(同8)

また、点Aにおける点Bとの重力は  $\frac{3}{4\pi R^3} \times \alpha\beta(b-a)$  であり、点Bにおける点Aとの重力は  $\frac{3}{4\pi R^3} \times \beta\alpha(a-b)$  で、互いに大きさの等しい逆ベクトルとなる。

他の2点B、CおよびC、Aも同様である。(ただし、Rは3点を含む最小球の半径。)

### ③ 4次元に3点のみがある場合

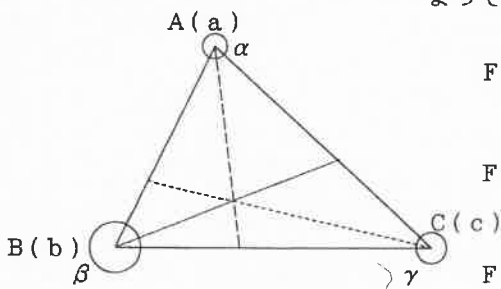
全空間の密度係数を除いて、3点A(a)、B(b)、C(c)の質量 $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ による密度は  $\frac{\alpha + \beta + \gamma}{\frac{\mathcal{E}\pi R^4}{3}} = \frac{3(\alpha + \beta + \gamma)}{\mathcal{E}\pi R^4}$  となる。(ただし、 $\mathcal{E}$ は定数。Rは最小球の半径。)

よって、3次元と同様に考えると

$$F(a) = \frac{3}{\mathcal{E}\pi R^4} \times \alpha \{ \beta(b-a) + \gamma(c-a) \} \dots\dots (8)$$

$$F(b) = \frac{3}{\mathcal{E}\pi R^4} \times \beta \{ \alpha(a-b) + \gamma(c-b) \}$$

$$F(c) = \frac{3}{\mathcal{E}\pi R^4} \times \gamma \{ \alpha(a-c) + \beta(b-c) \}$$



(あくまでも4次元である。)

よって、3次元の質点が4次元に突入した場合、(ア)、(イ)を比較して  $4 < \mathcal{E}R$  のときは重力が小さくなることが分かる。前節で述べた、「3次元を越える空間(次元)は外点(虚点)写像によって収縮する」原因がここにあるように思われる。

④ 2次元(平面上)に3点のみがある場合

3点A(a)、B(b)、C(c)の質量 $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ による密度は  $\frac{\alpha + \beta + \gamma}{\pi R^2}$  となる。

(ただし、Rは最小円の半径。)

よって3次元と同様にして、

$$F(a) = \alpha \times \frac{\alpha + \beta + \gamma}{\pi R^2} \times AP = \frac{1}{\pi R^2} \alpha \{ \beta(b-a) + \gamma(c-a) \} \dots (ウ)$$

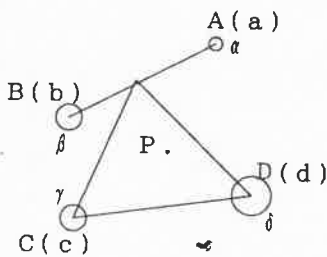
$$F(b) = \beta \times \frac{\alpha + \beta + \gamma}{\pi R^2} \times BP = \frac{1}{\pi R^2} \beta \{ \alpha(a-b) + \gamma(c-b) \}$$

$$F(c) = \gamma \times \frac{\alpha + \beta + \gamma}{\pi R^2} \times CP = \frac{1}{\pi R^2} \gamma \{ \alpha(a-c) + \beta(b-c) \} \quad \text{となる。}$$

よって、(ア)、(ウ)を比較して  $3 < 4R$  のときは重力が2次元の方が大きくなるのが分かる。したがってこれも前節で述べた、「2次元平面は外点(虚点)写像によって膨張する」原因がここにあると思う。私はこれまでの結果から、やはり「外点(虚点)写像は重力が直接関わる写像」であり、また逆に「重力が存在する所つまりあらゆる所(空間)は、外点(虚点)写像を起こす要因をはらんでいる。」と考えることができると思う。そして、その引き金になるのが次元のずれ(高次元との交錯)であり、その結果『空間の膨張や収縮』が起きると考える。

そこで次は、より一般的に従属な場合やn次元について「質量と位置」の関係を考えてみたい。

⑤ 2次元(平面上)の4点の場合(従属な点の存在)



質的重心P(x)の位置は、例えば次のように

$$x = \frac{(\alpha + \beta) \frac{\alpha a + \beta b}{\alpha + \beta} + \gamma c + \delta d}{(\alpha + \beta) + \gamma + \delta} = \frac{\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d}{\alpha + \beta + \gamma + \delta} \quad \text{となる。}$$

(他の場合でも結局このようになる。)

密度は  $k = \frac{\alpha + \beta + \gamma + \delta}{\pi R^2}$  であるから (Rは4点を含む最小円の半径)

$$F(a) = \alpha k AP = \alpha k \frac{\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d - (\alpha + \beta + \gamma + \delta) a}{\alpha + \beta + \gamma + \delta} = \alpha k \frac{\beta(b-a) + \gamma(c-a) + \delta(d-a)}{\alpha + \beta + \gamma + \delta} = \frac{1}{\pi R^2} \alpha \{ \beta(b-a) + \gamma(c-a) + \delta(d-a) \}$$

$$F(b) = \beta k \overrightarrow{BP} = \beta k \frac{\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d - (\alpha + \beta + \gamma + \delta) b}{\alpha + \beta + \gamma + \delta}$$

$$= \beta k \frac{\alpha(a-b) + \gamma(c-b) + \delta(d-b)}{\alpha + \beta + \gamma + \delta} = \frac{1}{\pi R^2} \beta \{ \alpha(a-b) + \gamma(c-b) + \delta(d-b) \}$$

$$F(c) = \gamma k \overrightarrow{CP} = \gamma k \frac{\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d - (\alpha + \beta + \gamma + \delta) c}{\alpha + \beta + \gamma + \delta}$$

$$= \gamma k \frac{\alpha(a-c) + \beta(b-c) + \delta(d-c)}{\alpha + \beta + \gamma + \delta} = \frac{1}{\pi R^2} \gamma \{ \alpha(a-c) + \beta(b-c) + \delta(d-c) \}$$

$$F(d) = \delta k \overrightarrow{DP} = \delta k \frac{\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d - (\alpha + \beta + \gamma + \delta) d}{\alpha + \beta + \gamma + \delta}$$

$$= \delta k \frac{\alpha(a-d) + \beta(b-d) + \gamma(c-d)}{\alpha + \beta + \gamma + \delta} = \frac{1}{\pi R^2} \delta \{ \alpha(a-d) + \beta(b-d) + \gamma(c-d) \}$$

いま、 $F(a) + F(b) + F(c) + F(d) = 0$  となり、重力は重心  $P(x)$  でつりあっている。よって、4点の存在は重心  $P(x)$  に質量  $\alpha + \beta + \gamma + \delta$  の質点があることに等しい。(同等)

また、点Aにおける点Bとの重力は  $\frac{1}{\pi R^2} \times \alpha \beta (b-a)$  であり、点Bにおける点Aとの重力は  $\frac{1}{\pi R^2} \times \beta \alpha (a-b)$  で、互いに大きさの等しい逆ベクトルとなる。

他の2点についてもすべて同様である。

### ⑥ n次元(一般次元)上の4点の場合とn点の場合

原点  $O(0, 0, \dots, 0)$  が別にあるとして、 $A(a)$ 、 $B(b)$ 、 $C(c)$ 、 $D(d)$  をそれぞれの位置ベクトルとすると、仮に原点  $O$  との重力を考えると、

2点A、Bの場合は

$$\begin{cases} F(a) = \alpha k(-a) \\ F(b) = \beta k(-b) \end{cases} \implies F(a) + F(b) = k(-\alpha a - \beta b) \\ = (\alpha + \beta) k \left( -\frac{\alpha a + \beta b}{\alpha + \beta} \right) \\ = F(x) \quad \text{が成り立つ。}$$

同様に、4点A、B、C、Dの場合は

$$\begin{aligned} F(a) + F(b) + F(c) + F(d) &= (\alpha + \beta + \gamma + \delta) k \left( -\frac{\alpha a + \beta b + \gamma c + \delta d}{\alpha + \beta + \gamma + \delta} \right) \\ &= (\alpha + \beta + \gamma + \delta) k(-x) \quad \dots \dots \textcircled{1} \\ &= F(x) \quad \text{となる。} \end{aligned}$$

よって、①より4点の内点(質的重心)  $P(x)$  に質量  $\alpha + \beta + \gamma + \delta$  の質点がある事と等しい(同等)。また、一般にn個の質点を考えると次のようになる。

$$F(a_1) + F(a_2) + \dots + F(a_n) = (\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n)k(-x) = F(x) \rightarrow$$

今もし、仮に原点Oと内点P(x)が等しいとすると、  
 $x = 0$  (ベクトル) となり

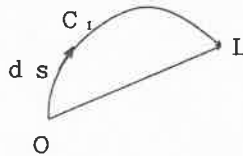
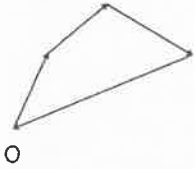
$$F(a_1) + F(a_2) + \dots + F(a_n) = (\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n)k(-0) = 0 \text{ となる。}$$

つまり、原点Oにおいては全ての質点の質量の総和が質量となる(∵②より)が、その質量が重力として表現されることはない(∵③より)という事である。

よって、内点(質的重心)と重力の関係は、ほとんど至るところで成り立つ線形的関係が、原点Oだけは特異点であるという事である。また、重力の中心を原点と考えるとき、ブラックホールの存在はそれを取り巻く小宇宙にとっては限りなく重力の中心に近く、重なってくると思われる。先の「質量は限りなく大きく、重力は限りなく0に近い特異点。」が何を意味するのか？簡単には分からない。・・・例えば、「ブラックホールの蒸発。」が即、頭に思い浮かぶが・・・そんな簡単なものではないだろう！！

そこで位置によって潜在的に持つ力やエネルギー(ポテンシャル)について数学的に復習が必要になる。コーシーの積分定理から派生して次のように考えた。

図の左のように、始点と終点が重なりあう複数のベクトルの総和は0(ベクトル)である。



ジョルダン曲線弧を  $C_1$  とし、その始点をO、終点をLとすると

$$\int_O^L ds = OL \quad \text{ただし、sは線素ベクトルである。}$$

また、ジョルダン閉曲線をCとすると

$$\int_C ds = 0 \quad \dots \textcircled{1} \quad \text{となる。}$$

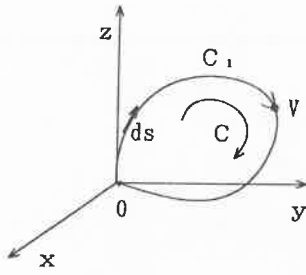
いま、任意のジョルダン閉曲線をCとして、①式を拡張すると

$$\int_C \vec{V} \cdot ds = 0 \quad \dots \textcircled{2} \quad \text{ただし、}\vec{V} = P\mathbf{i} + Q\mathbf{j} + R\mathbf{k} \text{ かつ } ds = dx\mathbf{i} + dy\mathbf{j} + dz\mathbf{k}$$

( $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  は  $x, y, z$  方向の単位ベクトル、 $P, Q, R$  は  $x, y, z$  の連続関数。)

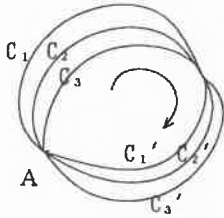
となる。いま、 $\vec{V} \cdot ds$  はベクトルのスカラー乗積である。

この②式が、まず成り立つものと仮定する。いま、パラメータ  $t$  を使って、 $x(t), y(t), z(t)$  は閉曲線Cを表すものとする。点O(0, 0, 0)から点V(x, y, z)までのジョルダン曲線を  $C_1$  とすると、



$$\begin{aligned}
 I &= \int_{C_1} \vec{V} \cdot d\vec{s} \\
 &= \int_{C_1} Pdx + Qdy + Rdz \\
 &= \int_{t_0}^t Px'dt + Qy'dt + Rz'dt \\
 &= f(t) \dots \dots \dots \textcircled{3}
 \end{aligned}$$

なる関数  $f(t)$  が存在する。



また、左図のように2点  $A(x_0, y_0, z_0)$ 、 $B(x, y, z)$  を結ぶ閉曲線  $(C_1, C_1')$ 、 $(C_2, C_2')$ 、 $(C_3, C_3')$  ... を考え、これらの閉曲線に関して、 $I = \int \vec{V} \cdot d\vec{s}$  なる積分を行うと、仮定によって、次のようになる。

$$I = \int_{C_1} \vec{V} \cdot d\vec{s} = \int_{C_2} \vec{V} \cdot d\vec{s} = \int_{C_3} \vec{V} \cdot d\vec{s} = \dots$$

$$= - \int_{C_1'} \vec{V} \cdot d\vec{s} = - \int_{C_2'} \vec{V} \cdot d\vec{s} = - \int_{C_3'} \vec{V} \cdot d\vec{s} = \dots$$

つまり、2点 A, B の座標が定めれば、積分路にかかわらず積分 I は決まる。よって、ある関数  $F(x, y, z)$  が存在し、

$$I = \int_{C_1} \vec{V} \cdot d\vec{s} = -F(x, y, z) = f(t)$$

という式で表される。この  $f(t)$  は、③式の  $f(t)$  と同じである。

つまり、

$$\int_C \vec{V} \cdot d\vec{s} = 0 \quad \text{ならば} \quad I = \int_{C_1} \vec{V} \cdot d\vec{s} = -F(x, y, z) \quad \text{である。}$$

次に逆の、「 $I = \int_{C_1} \vec{V} \cdot d\vec{s} = -F(x, y, z)$  ならば  $\int_C \vec{V} \cdot d\vec{s} = 0$ 」

を示す。

仮定より、 $\vec{V} \cdot d\vec{s} = -dF(x, y, z)$

$$\therefore Pdx + Qdy + Rdz = - \left( \frac{\partial F}{\partial x} dx + \frac{\partial F}{\partial y} dy + \frac{\partial F}{\partial z} dz \right)$$

いま、 $dx, dy, dz$  は任意の値をとり得る。

よって、

$$P = -\frac{\partial F}{\partial x}, \quad Q = -\frac{\partial F}{\partial y}, \quad R = -\frac{\partial F}{\partial z} \quad \dots \dots \dots \textcircled{4}$$

また、

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}, \quad \frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial R}{\partial x} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial z}, \quad \frac{\partial Q}{\partial z} = \frac{\partial R}{\partial y} = -\frac{\partial^2 F}{\partial y \partial z} \\
 \dots \dots \dots \textcircled{5}
 \end{aligned}$$

④式はFがポテンシャルであることを示す。さらに、⑤式は回転ベクトルが0であり、また、積分可能な条件である。つまり、ストークスの定理「 $\int_C \vec{\nabla} \cdot d\mathbf{s} = \int_S \text{rot}_n \vec{\nabla} \cdot d\mathbf{S}$ 」において、⑤式が成り立てば、 $\text{rot}_n \vec{\nabla} = 0$ であり $\int_C \vec{\nabla} \cdot d\mathbf{s} = 0$ となる。

(曲面Sは任意で良いから、Cも任意で良い。) 【証明終わり】

したがって、

$$\int_C \vec{V} \cdot d\mathbf{s} = 0 \quad \text{と} \quad I = \int_{C_1} \vec{V} \cdot d\mathbf{s} = -F(x, y, z) \quad \text{は}$$

同値である。

つまり、「ポテンシャルはベクトル乗積の積分として表現される。」事が分かった。

また、グリーンの定理によると、 $\frac{\partial}{\partial n}$  を表面積の垂直方向の微分とし、

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad \text{とすると}$$

$$\int_V \Delta F dV = \int_S \frac{\partial F}{\partial n} dS \quad \text{である。}$$

(ただし、Vは積分領域の体積、Sは積分領域の表面積を表す。)

いまもし、Sの内部、つまりVの内部にもポテンシャルの発生源がないとすると、

$$\int_S \frac{\partial F}{\partial n} dS = 0 \quad \text{となり、Sは発生源のない部分を任意にとれるから}$$

$$\int_V \Delta F dV = 0 \quad \text{となる。そして、体積Vの任意の部分体積について成立。}$$

ゆえに、 $\Delta F = 0$  となる。つまり、Fは調和関数である。

④、⑤式からP、Q、Rも 調和関数であることが分かる。

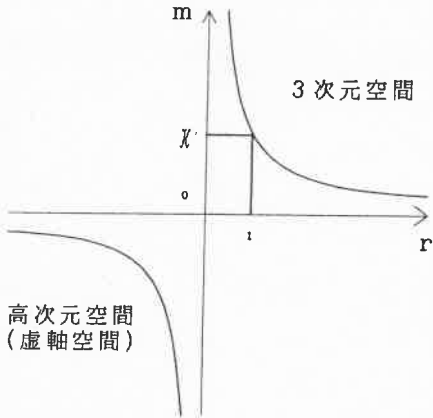
このことは逆に考えると、調和関数はポテンシャル0の点でも定義できることを示している。そして驚くべきことは、この事が双曲関数のみならず、虚点理論による外点写像などの一次線形(陰)関数でも当然言える事であるということである。(調和関数の為)

そこでこれまでの考察より、次のように考えてはいけなないのであろうか。



( 超ひも理論における「弱強結合双対性」 )

「点の位置  $r$  (重心からの距離) と質量  $m$  との間には、『  $m \cdot r = \mathcal{N}$  (定数) 』なる関係が在る。」と。(詳細は、「私の重力波理論」参照。)



つまり、左のグラフのようになるのである。そして、先の特異点の矛盾を解消する為には4次元トラス(ドーナツの表面)の穴が質量無限大(ブラックホール)であると考え、まさに、

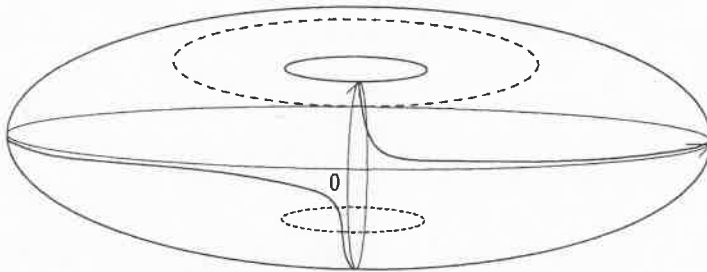
$$『 \quad \mathcal{N} \text{ (定数)} \\ m = \frac{\quad}{\text{(質量)} \cdot r \text{ (距離)}} \quad \text{を認めるしかない!} \\ \dots \text{と考える。}$$

すると、
$$F = G \times \frac{m_1 m_2}{r^2} \text{ において}$$

普通は、
$$\lim_{r \rightarrow 0} F = \lim_{r \rightarrow 0} G \times \frac{m_1 m_2}{r^2} = \infty \text{ (発散)}$$
であるが、

4次元トラスの上では  $(r, m) \rightarrow (0, \infty) \rightarrow$  虚軸を通過して  $\rightarrow (\infty, 0)$  となる。

つまり、
$$\lim_{r \rightarrow 0} F = \lim_{r \rightarrow \infty} F = \lim_{r \rightarrow \infty} G \times \frac{m_1 m_2}{r^2} = G \times 0 = 0 \text{ となり、うまく説明がつく。}$$



つまり、我々の住む3次元空間は一見3次元に見えるが、実は高次元(4次元以上)の中の閉じた空間であり、特に極まった所では虚軸を加えた、4次元以上で考えていかないと説明ができないのである。そして、そのようなより広い概念の中では質量( $m$ )と位置( $r$ )は区別されることはなく、まさに『  $m = \mathcal{N} / r$  』で表されると考えられる。

(  $r$  は位置ベクトル  $r$  の絶対値  $|r|$  と考えてよい。 )

例えば、 $r \rightarrow 0$  (幾つかの点の質的重心が限りなく原点に近い。) のとき、  
相対的な総質量  $m$  は、 $m \rightarrow \infty$  となる。

また、 $F$  (力) =  $m$  (質量)  $\times$   $a$  (加速度) を単位のみ考えると、『  $\mathcal{N} = kg \times m / t^2$  』であり、いま『  $kg = 1 / m$  』を使う (重さを距離に置き換えることができる!) とき、  
『  $\mathcal{N} = 1 / t^2$  』となる。

つまり重力は、時間の2乗に反比例していて、「重力 $\rightarrow\infty$  は即 時間 $\rightarrow 0$ 」であり、「重力 $\rightarrow 0$  は即 時間 $\rightarrow\infty$ 」となる事を表している。

この「質量と位置」や「重力と時間」の関係は超マクロの世界だけではなく、超ミクロの極まった世界でも同じように(高次元の中で)成り立つものであろう。特に「質量と位置」の関係は、電磁力学における「弱・強結合双対性」に類似することを直観し、さらに本論で述べたように、この関係は離散的かつ非可換な幾何によって示されると考える。

私はこれまでに「点の間に働く重力」「点の質量と位置」「位置ベクトルとポテンシャル」等について述べてきたが、解析学的な運動方程式やエネルギー等々については全く触れていない。このことは後で少し触れることとする。

## 2 私の重力波理論

先日、友人から借りた本(藤本眞克氏)の中にアインシュタインの一般相対論の重力についての記述があった。その「重力を曲がった時空間の中での慣性力として扱う。」という文を見たとき、私は再びこの虚点理論を「重力波理論」として考えたいと思い始めた。

以下、私が述べることはあくまでも仮設として述べさせて頂く事とする。(それはあたかも、SF推理小説を読むのと同じような感覚で読んで頂ければ幸いである。)なぜなら私は数学の方が専門であり、現実の物理現象について多くを知らないからである。

まず、3次元空間を4次元における閉じた(曲がった)空間として捉えることによって、先の私の理論の『 $m \cdot r = \mathcal{K}$ 』を私の等価原理としたい。

( $m$ は相対質量、 $r$ は重心(原点)からの距離、 $\mathcal{K}$ は定数。)

そして、エネルギー保存則から大ざっぱに運動方程式を考えると次のようになる。

$E = m g r + \frac{1}{2} m v^2 + \dots$  のエネルギー保存則において、ポテンシャルエネルギー以外の全てのエネルギーを変化しない(定量)と仮定した場合が極限状態の条件である(つまり『特殊な状態』である)。またそれは、今までの私のベクトルの重力方程式の根幹を成している。そこで、他の全てのエネルギーを  $E_0$  としたとき、 $E - E_0 = m g r$  において両辺を  $r$  で微分したものが質点の個としての力：

$$F = \frac{\partial}{\partial r} (E - E_0) = m g \quad \text{となる。また、}$$

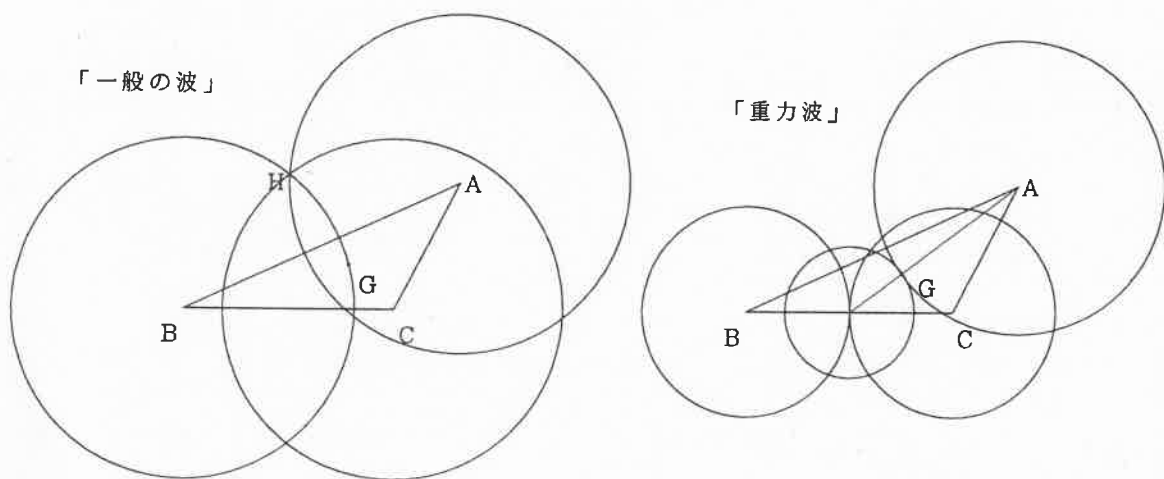
2点における、相互的な重力は： $F = G \cdot \frac{m M}{r^2}$  となった。(「続・虚論」より)

また、この  $E - E_0 = m g r$  (エネルギー保存則)において、 $\mathcal{K} = \frac{E - E_0}{g}$  として『 $\mathcal{K} = m \cdot r$ 』を私の考える『(特殊)等価原理』としたい。

ここで私の唱える「重力波」とは、物理学で言うものとは大きく異なり現実に存在する連星パルサーなどの重力波（ゆがみの伝般）に対して、これはあくまでも虚点理論のように *imaginary* な架空の波である。いわば *imaginary wave* (虚波) なのである。

そして、虚論の中で「 $+ \alpha$  の高次元との交錯」としていたものを「重力波の影響」（次元を超える桁外れの透過力）によるものとして考える。重力波が次元の枠に収まらない理由は重力のベクトル的な考察(前の「重力と位置」参照)によるものであり、存在する質点の間に常に働く重力を次元を超えて考えることを可能にする為である。その方が自然である。そして、「*imaginary* な重力波は常に存在し、干渉した偏波の同次元における伝般現象（私は《質点（ポテンシャル）》と信じる）の存在が重力波の存在を意味づける。」と考える。つまり、高次元に等方放射される重力波は他の質点から放射される重力波と干渉し偏波となる。偏波が同次元と交わる所に伝般現象（質点）が認められ、初めて重力波の存在が確認されるのである。（高次元に等方放射される重力波は *imaginary* である。）

さて、同じ質量を持つ3点の重力波を考えると、3つの波が同時に干渉する点は外心であり、鈍角三角形の場合は明らかに三角形の外部になってしまう。これは3点の重力の中心である重心とは程遠く、私の重力波理論の大きな壁になってしまうように思える。



しかし、重力の基本は常に2点間の法則であると捉え、次のように考えてはどうであろうか。「どの2点による波の干渉もすべて新たな波が生ずる」事を想定し、特に初めて出会った波の干渉はそこに『新たな質点を仮想して』考えてみると実にうまくいく事が分かる。

また、波の速度は質量に反比例し、干渉した偏波の速度は質量の平均に反比例することにする（等価原理『 $m \cdot r = \lambda$ 』より）。この考えはこれまでの一般の波（媒体を持つ波や電磁波etc）とは大きく異なり、重心の捉え方がベクトル的になる要因をこのように考えてはいけないのであろうか。そしてそこに登場する全ての質点(初期条件)の重力波が干渉した初めての場所に波動的伝般現象(質点)の第1号(重心)が現われると考える。

質量は空間(重力場)を凝縮した( $r \rightarrow 0$ )ときに生ずる姿(干渉した重力波と同次元との接点)で質量(重力)から常に重力波の放出があると考えてはいけないのであろうか。目に見えない重力波は実在する重力に対して、imaginaryな存在であり、並外れた透過性は次元を超え、同次元には重力として現われる。また、重力波は元の質量と同じ性質を持ち、重い質量の重力波は速度が遅い（等価原理『 $m \cdot r = \lambda$ 』より）。

先にも述べたが、質量0の重力波は重力場として考え、歪みのない座標系と考える。また、質量が損なわれるときも同じ寿命となり、その間に全ての重力波を放出すると考える。いずれにしても『 $m \cdot r = \lambda$ 』によって質量と距離が曖昧な存在となり質量と場(空間)がこのように同一視できることを主張したい。そしてこの等価原理が、かの超ひも理論における「弱・強結合双対性を導く」と私は信じたい。(P34参照)

そして、質量とそれによる重力波もある形で同一視できるとき「虚点理論」の同等な点が同等な質点となるのである。そこで考えやすい為に2次元のアポロニウスの円をイメージして頂きたい。先に述べてしまうが私の虚点理論は結論するところ、「歪んだn次元空間における重力波(虚波)によるアポロニウスの円」と考えても良いと思う。

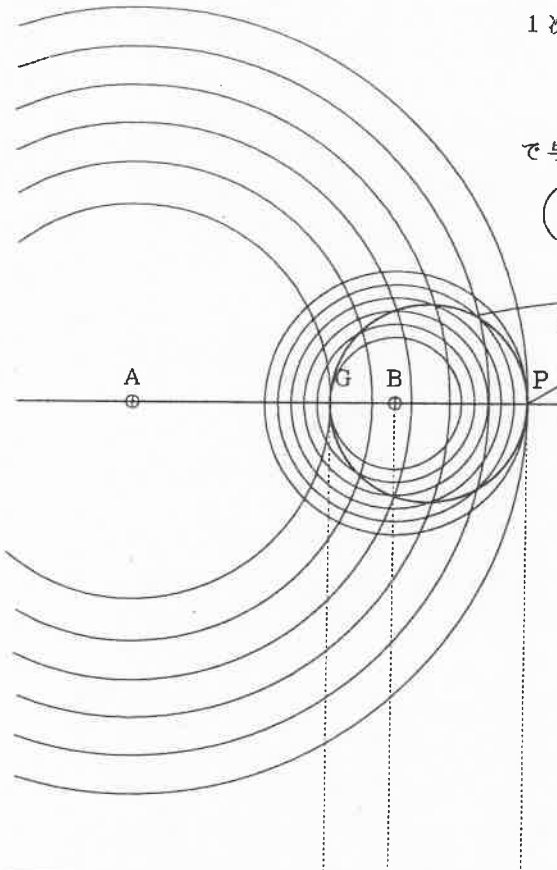
例えば2点(1次元)における重力波を考える。

1次元のつりあい係数の写像は

$$\begin{cases} \alpha' = \alpha \\ \beta' = -\beta \end{cases} \text{ または } \begin{cases} \alpha' = -\alpha \\ \beta' = \beta \end{cases}$$

で与えられる為、図の点Gおよび点Pとなる。

(3点(平面)以上の場合には、 $\alpha' = S - 2\alpha$ )  
であるが、2点(直線)だけ少々特殊である)

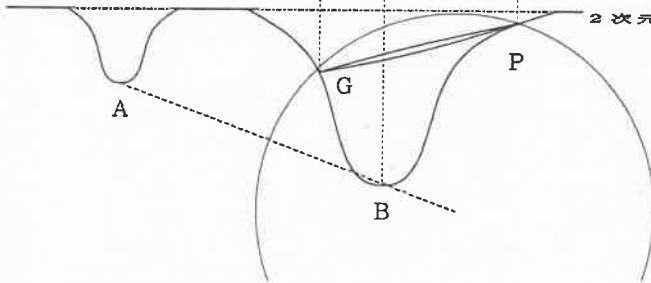


imaginaryな質点(同等な点)

実在する質点(同等な点)、GとP

重力波の干渉による偏波はアポロニウスの円となり、高次元にはimaginary(虚点)であり、同次元には質点として在る。具体的には図のように、1次元上の2点は重心と外点の2点を生む。

また、平面上の2点(2次元)は、下の図を同時に眺めて考えると、重心を含む円周となる。これらの点は生まれてすぐに質点として重力波を放出する。そしてまた干渉した偏波が同次元とぶつかる所にそれぞれ質点となり、細かな点は塵となる。しかしこれらの点は初めに生じた重心の重力を常に受け、この重心を中心とした空間を作る。



また、3点(2次元)以上になると先の2点に1点を加えるだけという訳にはいかない。3点相互の重力波による3つの偏波は、それぞれ質点による歪んだ平面(空間)上を進み重心以外に必ずもう一点でぶつかり拡散していく。(ただし、質量が異なる場合)

明確な証明はできないが、質点による歪んだ空間が重力波による偏波との出会い方に特定な影響を与えていることは確かである。例えば図からも分かるように歪んだ所は歪みに沿って進むよりも一気により早く通過できることになる。その為、重い質点の近くを通る重力波の偏波は、より遠くへ一気に移動することが可能である。それは次に示すボーテの新解釈の中でB群の質点の分布の遠さが、実に見事に合致している。

また、質点(偏波の伝般現象)の分布の複雑さは、空間の歪みによるものであり、それは「虚論」に示した『重心と相対質量の保存(則)』によって計算できると考えるものである。

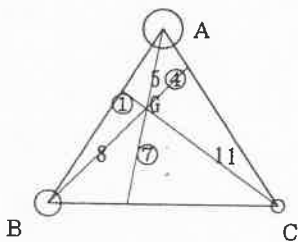
### 3 チチウス・ボーデ（法則）の新解釈

最後に、本論の雑談の中で述べた太陽系の惑星の位置(チチウス・ボーデの法則)について、私の虚点理論による解釈をしたい。以下私が述べることは仮説として読んでいただきたい。

本論で既に述べたとおり、2次元平面上では虚軸によって、×2ずつ裏返し写像で拡散する。その為、ボーデの式の×2<sup>n</sup>の部分を見たとき「これはもしや!」と思った。また、惑星による重心と現在の太陽の位置は無関係である(太陽誕生のときは既に太陽系の重心と一致する)為、質量だけを論じることは意味がない。したがって、私の理論の一番始めに戻って、分点比によって考えることが最良である。(太陽が誕生する前の状態を探りたい。)

初めに3つの質点(ポテンシャル)ABCが生じた(初期条件)。そしてその質量(ポテンシャル)の比は7:4:1である。

質点の存在により重心が決まり(後の太陽の位置)、それぞれ質点ABCとの距離の比は、5:8:11となる。今後、R(A)=5、R(B)=8、R(C)=11と表し、実際の距離に相当するものとする。しかしこの3点ABCはあくまで初期条件であり実際の惑星とは異なる。これらの質量(ポテンシャル)は写像によって同時にすべて同等な位置に適当に分配されるものとする。

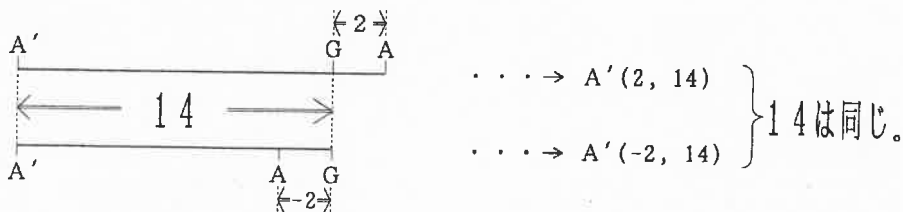


A	B	C	S = 12
a = 7	β = 4	γ = 1	(つりあい係数(質量))
-2	4	10	(S' = 12)
16	4	-8	(S'' = 12)
-20	4	28	公式
<b>☆ = S - 2☆</b>			
52	4	-44	
-92	4	100	
196	4	-188	(S° = 12)

写像後のつりあい係数の関係を  $A'(\alpha, \beta + \gamma) = A'(-2, 14)$  とあらわし、

写像後の重心からの距離を  $R(A')$  であらわすことにする。

ただし、



の様に  $A'G$  の距離の  $R(A')$  は、 $R(A') = \frac{14}{|-2|} \times R(A) = \frac{14}{2} \times 5 = 35$  となる。

よって、次の表のようになる。

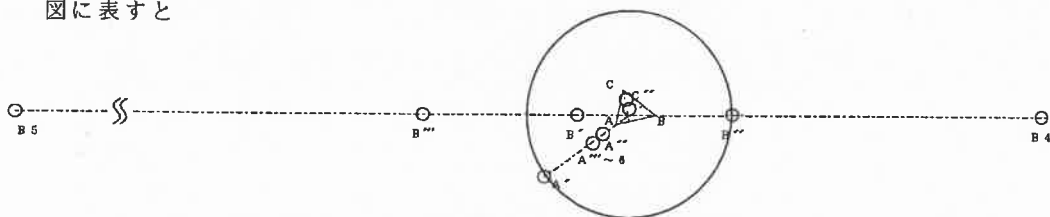
A (7, 5)	R(A) = 5	B (4, 8)	R(B) = 8	C (1, 1)	R(C) = 11
A' (-2, 14)	R(A') = 35	B' (4, 8)	R(B') = 16	C' (10, 2)	R(C') = 2.2
A'' (16, -4)	R(A'') = 8.8	B'' (4, 8)	R(B'') = 32	C'' (-8, 20)	R(C'') = 5.5
A''' (-20, 32)	R(A''') = 14	B''' (4, 8)	R(B''') = 64	C''' (28, -16)	R(C''') = 3.1
A <sup>4</sup> (52, -40)	R(A <sup>4</sup> ) = 11	B <sup>4</sup> (4, 8)	R(B <sup>4</sup> ) = 128	C <sup>4</sup> (-44, 56)	R(C <sup>4</sup> ) = 4.0
A <sup>5</sup> (-92, 104)	R(A <sup>5</sup> ) = 12	B <sup>5</sup> (4, 8)	R(B <sup>5</sup> ) = 256	C <sup>5</sup> (100, -88)	R(C <sup>5</sup> ) = 3.5
A <sup>6</sup> (196, -184)	R(A <sup>6</sup> ) = 12	B <sup>6</sup> (4, 8)	R(B <sup>6</sup> ) = 512	C <sup>6</sup> (-188, 200)	R(C <sup>6</sup> ) = 3.7

以下Aは12に収束

以下Bは発散

以下Cは3.7に収束

図に表すと



となる。

これでもある程度分かるのだが、次のようにすると更に分かり易い。

	2.2										
	3.1										
	3.5			11							
	3.7	5.5	8.8	12	16	32	64	128	256	512	
(群)	4.0	(C)	(A)	(A)	(B)	(BA)	(B)	(B)	(B)	(B)	
	(C)	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	
	↓										
		× 0.8倍する。									
		3	4	7	10	15	26~34	52	102	205	410
現在	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
は⇒	?	4	7	10	15	26~34	52	100	192	300	400
?		水	金	地	火	小惑星	木	土	天	海	冥

これで、完全に重心(現在の太陽の位置)からの距離が一致した訳である。

しかし、次の2つの疑問が残っていることは否めない。

- ① 水星の前にもう1つの惑星が在るのか？
- ② 最外郭の冥王星は海王星の一部であったのか？

このデータを理科(専門家?)の先生に見せたら「火星の位置が少し違うが、そんなのは隕石の衝突で簡単に動く!」と述べていた。(本当か?)

このように考えてくると、どうやら質点の存在は点の分布であって、同次元の幾つかの他の点と絡んでいることが分かる。今まで外点写像と呼んで写像させていたが、実はもっと自然に、(重力によって)次々に点の分布が決まっているものなのである。例えば、ある次元に初期条件を与えたとき、それによる点の分布がもう既に決まっているという事である。別の初期条件を与えると、また違う点の分布が決まり、任意の初期条件によって、点の分布はそれぞれ異なっている。しかし空間の連続性の為に、その任意の点の分布はそれぞれ全てが関係者であり、絡んでいるのである。私は本論の中でカオス(全空間)の中のフラクタルは上への写像(On mapping)かも知れない!と述べたが、今まさにまた同じ事を言っている。今、質量0の任意の点の存在を考えたとき、それはまさにフラットな重力場の座標系とも言えると思う。先の太陽系の惑星の位置が、もし虚点理論によるものであるならば、それは重力場における巨大な「ポテンシャル移動」の存在を示すものとは言えないだろうか!?(超新星の誕生のとき巨大エネルギーの発散が生じ、後の惑星たちを生ずる・・・と)。

そして、比較的密度の低い惑星のB郡には衛星が生まれやすく、しかも複数あることは事実であり非常に興味深い。さらに、ハレー彗星が逆回りしている事実は、海王星との衝突による冥王星の誕生を想像させ、そもそも逆回り自体が回転モーメントの裏返し写像をほうふつさせる。

つまり回転モーメントを仮定すると、先の表よりB郡はマイナス(-)がなく、回転モーメントの向きはすべて初めと同じ方向を向いているが、A, C郡は奇数番目が逆向きの回転モーメントとなる。

よって、35(A)と32(B)は衝突し小惑星を誕生させ、12(A)や3.7(C)は同じポテンシャルで定着する。12(A)は地球であるが地球物理学では極の移動やマントル対流、等々の現象をどのように説明しているのであろうか?.....そして、14(A)が異端児(ハレー彗星)として逆回りの放浪をするのである。また11(A)が重心と12(A)の間にあり、現在の月が太陽と地球のちょうど間に来た瞬間を想像すると、その見かけの大きさが一致することから、さらにまた神秘的な妄想をしてしまいそうである。.....



#### 4 20世紀の標準理論への「直観」

「虚点理論」と「重力波理論」がある意味で同じものであることを願いここまで来たのであるが、虚点理論とは一体なんなのか。少々振り返ってみたい。

まず始めに、分点公式がn次元ユークリッド空間において成り立つ1次線形関数であり、しかもあらゆる座標系に対応できる（相対性の成り立つ）、確率論的分布関数でもあったことから始まりました。それは質点としての点の存在を表現し、意味のある確率分布（統計力学）や全空間座標の原点（特異点）を含む座標を考えることを可能にしました。そして、この離散的不可換な点の写像を、続編に至っては重力理論と称し、あまりにも身勝手な重力波理論を打ち立てました。そして、空間のゆがみを行列的な幾何で表現し、誰も信じない太陽系の惑星の配列（ボーデの法則）を説明したわけです。

やはりこれは小説の域を脱することはないのですが、ただ言えることは私の唱える離散的行列ではないにしろ、「20世紀の標準理論は必ず、離散的確率論から座標的に定義され、大統一理論の完成がなされる。」という、私なりの確信が掘めたということである。

そしてその確信は、小説であるにせよ20世紀のうちに記述されたことをここに書き残して置きたいのである。

そして残念なことに、ケーリーの四元数や八元数について勉強不足の為、例えば2次元以上の虚点(共役外点)写像が虚軸上ではどの点になるかが明らかでないままであった。

これをn次正方形で表現する事を試みたので次に示す。

(ア) 2次元のつりあい係数の写像行列のi軸への写像行列

$$\pm \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 \pm 2\sqrt{2}i & 1 \mp 2\sqrt{2}i & 1 \mp 2\sqrt{2}i \\ 1 \mp 2\sqrt{2}i & 1 \pm 2\sqrt{2}i & 1 \mp 2\sqrt{2}i \\ 1 \mp 2\sqrt{2}i & 1 \mp 2\sqrt{2}i & 1 \pm 2\sqrt{2}i \end{pmatrix}$$

(イ) 3次元のつりあい係数の写像行列のi軸への写像行列

$$\pm \frac{1}{4} \begin{pmatrix} \sqrt{2} \pm 3\sqrt{2}i & \sqrt{2} \mp \sqrt{2}i & \sqrt{2} \mp \sqrt{2}i & \sqrt{2} \mp \sqrt{2}i \\ \sqrt{2} \mp \sqrt{2}i & \sqrt{2} \pm 3\sqrt{2}i & \sqrt{2} \mp \sqrt{2}i & \sqrt{2} \mp \sqrt{2}i \\ \sqrt{2} \mp \sqrt{2}i & \sqrt{2} \mp \sqrt{2}i & \sqrt{2} \pm 3\sqrt{2}i & \sqrt{2} \mp \sqrt{2}i \\ \sqrt{2} \mp \sqrt{2}i & \sqrt{2} \mp \sqrt{2}i & \sqrt{2} \mp \sqrt{2}i & \sqrt{2} \pm 3\sqrt{2}i \end{pmatrix}$$

一般に、n次元のつりあい係数の写像行列(n+1次の正方行列)のi軸への写像行列は

$$\pm \frac{1}{n+1} \begin{pmatrix} a & b & b & b & b \\ b & a & b & b & \\ b & b & a & b & b \\ b & b & b & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & a \end{pmatrix}$$

ただし、
$$\begin{cases} a = \sqrt{n-1} \pm n \sqrt{2} i \\ b = \sqrt{n-1} \mp \sqrt{2} i \end{cases}$$

で、表わされる。

なぜならば 
$$\begin{cases} a^2 + n b^2 = -1 \\ 2 a b + (n-1) b^2 = 1 \end{cases}$$
 より

そしてその結果、実軸上の写像は次の表のようになった。

次元	初めのつりあい係数	→ 外点のつりあい係数	n回写像
1	( $\alpha, \beta$ )	→ ( $-\alpha, \beta$ )、( $\alpha, -\beta$ ) 2点は等しい。	重心と外点(で安定)
2	( $\alpha, \beta, \gamma$ )	→ ( $-\alpha, \beta, \gamma$ )、( $\alpha, -\beta, \gamma$ )、( $\alpha, \beta, -\gamma$ ) 3点は異なる。	フラクタル→ランダム →カオス(で縮散)
3	( $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ )	→ ( $-\alpha, \beta, \gamma, \delta$ )、 $\dots$ 、( $\alpha, \beta, \gamma, -\delta$ ) 4点は異なる。	裏返し写像(で2組に安定) 右手系 ↔ 左手系
4	( $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \dots$ )	( $-\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \dots$ )、 $\dots$ 、( $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \dots, -\omega$ )	
·	·	→ 以下同様に、外点は全て異なる。	裏返し(フラクタル)
·	·	また、 $\star' = S - 2 \star$ で表される。(p21参照)	写像で→収縮

そして、これまでの全ての考察により、およそ(1次元は例外)次の行列で表される写像によって、質点の存在する全空間の標準的状态が3次元であることを決定づけているのである。(『虚点理論』より)

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 & & \\ & 1 & -1 & 1 & & 1 \\ & & 1 & 1 & -1 & \\ & & & 1 & & \cdot \\ & & & & 1 & \\ & & & & & -1 \end{pmatrix}$$

斜めがすべて-1でそれ以外は1である。

## (おわりに)

「3次元に、時間軸が加わって4次元になる。」という事実があるが、これも発想が難しい。私が思うにそうではなくて、「一般にn次元があつて、安定しているのが3次元なのである。」そして現実に存在する量は力学における m(メートル)、kg(キログラム)、s(秒)、q(クーロン)、・・・等々であるが、特にそのうちの s(秒)が4次元目の軸となるとは、なかなか発想できないものである。

しかし、虚点理論に示す空間と質量の関係やエネルギー(ポテンシャル)と質量の近似性をよく考えていくと『 $m \cdot r = K$ (定数)』のようにある意味で空間と質量がイコールで考えられる。したがって普段は安定した3次元であるが無限小や無限大の極限状態では別物と考えられていた m(メートル)と kg(キログラム)とその他のエネルギーが実は同じ種類の量(単位)となるのである。3次元を実感している我々は、空間を  $m^3$ (リットルメートル)でとらえ、生活の中で逆らうことのできない時間 s(秒)の流れを感じている。つまり多種類のうち s(秒)以外の量は3次元を刻む量であることは確かであり、残る s(秒)だけが3次元を超える空間を刻む量(4次元目の軸)であることが分かる。

質量の存在するところ、imaginaryな重力波とともに少なくとも重力場は存在し、2点以上の場合は干渉した重力波によって重心と外点を作る。特に3点以上の場合は、裏返し写像によって右手系と左手系の「鏡写しの系」を生じ、小さな世界(場)では光学異性体を作り、大きな世界(場)ではボーデの法則に示す惑星の配列etcとなる。そしてこの離散的質点の存在が意味のある確率分布によって生じたものであることを信じたい。

振り返って、ボーデの法則を想うとき、太陽系の惑星に最外郭(限界)がある理由は、やはり幾何学的な過去の虚点理論ではなく、「質量による(重力)波」と考えることによって、自然に解決されたと思う。

最後になるが、藤本氏の本の中に「今後も統一理論への試みから様々な重力理論が作られるに違いない。」とあったが、私の小説もその一部として少しでも役に立つことができたら面白いと思う。また更に、新しい確率論(統計力学)として「20世紀の標準理論」を定義するのに役立てば最高である。そして今世紀、戦時中に「贅沢は素敵だ！」と言いつつ放った勇気ある庶民のように、私もいま「直観は素敵だ！」と叫びたいのである。

そして最後にぜひ書き残して置きたい事は、『アイデア(idea)は自然と対話する共通の言語である。』という事である。

・・・・・・1998年12月24日