美しさには理由がある。（※数学小説「第１章４節」の続編）

古くから『黄金分割』はなぜ美しいとされていて、今もなお美しいのか？

結論は、『自然界の中で太古の昔より、ある数列が我々の DNA に記憶されているからである。』

証）ひまわりの種やオウムガイの殻の成長（増え方）は細胞やそれによる組織の増加によるものです。

つまり、１，１，２，３，５，８，１３，２１，３４，５５，８９，１４４,・・・・・と増える。

これが、フィボナッチ数列です。つまり漸化式では

$\begin{cases} a_1 = a_2 = 1 \\ a_{n+2} = a_{n+1} + a_n \end{cases}$ で表される数列で、特性方程式 $x^2 = x + 1$ を解くと黄金分割の比の値

である $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ がもう垣間見える。

一般項を求めると、一般項 a_n は

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left\{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right\} \quad (n = 1,2,3,\cdots\cdots)$$ となり、

フィボナッチ数列の隣接２項間の比の値 $\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$ の極限値は $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ となる。

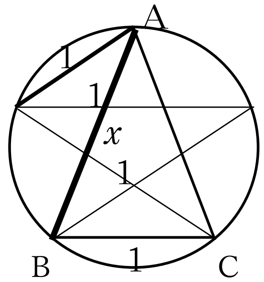
自然界の中で太古の昔より、生命の細胞やそれによる組織の増加はフィボナッチ数列を記憶している。

その為、２つの数値や物の大きさについて、この比の値を最も身近な美しいものとして直観するのである。

//

また余談ではあるが、円に内接する正五角形は１辺の長さを１とすると、対角線の長さは $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ となり、星形が非常に美しい形状に感じられる。

証）



円周角の定理と相似な二等辺三角形の関係により、AB＝x 、BC＝１とすると、１辺の長さ１の二等辺三角形が図のようにいくつか存在する。

よって $\triangle ABC$ と辺 AB に着目すると、$1 : x = (x-1) : 1$ となる。

したがって、$x(x-1) = 1$ より、$x^2 = x + 1$ の解である $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ が得られる。

//